

ANÁLISIS COMPUTACIONAL DE FALLA DE COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO BAJO ACCIONES TÉRMICAS

Lorefice, Ricardo¹; Rizo Patrón, Marcia¹; Pérez, Gustavo²
Dr. Ingeniero Civil, Mg. Ingeniera Civil, Dr. Ingeniero Civil

¹ Instituto de Materiales, Estructuras y Construcciones (IMEC), Univ. Nacional de Sgo del Estero.
rizopatron@gmail.com; rlorefice@gmail.com, <https://imec.unse.edu.ar/>

² Instituto de Estructuras "Ing. Arturo Guzmán", Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología,
Universidad Nacional de Tucumán. gperez@herrera.unt.edu.ar,
<https://www.facet.unt.edu.ar/iest/>

RESUMEN

En este trabajo se presenta una metodología numérico-computacional para el análisis estructural de la capacidad portante de elementos comprimidos de hormigón armado sometidos a acciones térmicas elevadas. La propuesta se basa en el empleo de un modelo constitutivo de Drucker-Prager apto para la resolución de problemas no lineales a niveles meso y macromecánico con capacidad de incluir aspectos tales como degradación de rigidez, pérdida de resistencia a compresión y tracción, así como también efectos tiempo-tasa dependientes en virtud de la incorporación del criterio de Perzyna. La resolución del problema de valores de borde se lleva a cabo mediante el Método de los Elementos Finitos No-Lineal, el cual implica la integración numérica de las ecuaciones constitutivas empleando el criterio denominado Método de Euler. El equilibrio a nivel elemental se logra a través de un proceso iterativo en base al algoritmo de Newton-Raphson. El modelo descrito se aplica al estudio de diversos casos de interés, en particular elementos comprimidos de hormigón armado.

ABSTRACT

In this paper a numerical-computational strategy is presented to analyze the structural response of reinforced concrete compressive members under high temperature loads. The proposal is based on a Drucker-Prager constitutive model suitable to be used at meso and macro levels of observation including stiffness degradation, strength reduction at both, compression / traction efforts, as well as strain-rate dependent effects under a Perzyna's criterion. The non-linear boundary value problem is solved at constitutive level by numerical integration using a Backward Euler Method (BEM). Balance at elemental level is achieved through an iterative process based on the Newton-Raphson algorithm. The model described applies to the study of various cases of interest, in particular reinforced concrete elements under compressive regimes.

Organiza:

Introducción

Es sabido que el hormigón armado presenta en general un buen comportamiento estructural cuando es sometido a cargas térmicas elevadas. Las razones de este buen comportamiento se deben a su constitución misma, lo cual le permite mantener durante un cierto tiempo su estabilidad estructural, a diferencia de otros materiales que pueden literalmente llegar a fundirse ante escenarios de incendio (tales como los materiales metálicos: acero, aluminio y otras aleaciones). Mas aún, en muchos casos, los edificios construidos de hormigón armado que han sido sometidos a situaciones de incendio severas han podido ser reparados, recuperando su capacidad portante y prolongando su vida de servicio durante varios años. En este contexto, es claro que las columnas son los elementos estructurales más críticos en las estructuras de hormigón armado, dado que de las mismas depende mayormente la estabilidad de la estructura.

Dada la complejidad del fenómeno de estabilidad de columnas ante escenarios de incendio, los principales reglamentos de construcciones (Eurocódigo 2, ACI 318, etc.) recomiendan el empleo de métodos más o menos simplificados para el abordaje de esta problemática. Dichos métodos pueden conducir a resultados dispares cuando son confrontados con mediciones experimentales basadas en situaciones reales de incendio.

Por otro lado, los métodos rigurosos de análisis del fenómeno se basan en la resolución de complejos sistemas de ecuaciones derivadas de la mecánica de fluidos computacional en simultaneo con el análisis de procesos de falla no lineales que resultan de la degradación del material a medida que el campo térmico avanza sobre la geometría de la sección en estudio, generándose un problema de interacción térmico-mecánico acoplado a cambios de fase y reacciones químicas que se producen en el seno de material.

Es evidente que, a los fines de dar solución práctica a problemas de diseño de estructuras reales, ninguna de las vías anteriores es totalmente satisfactoria, sobre todo a la luz de las necesidades actuales de los proyectos estructurales, en los cuales se emplean cada vez con mayor frecuencia hormigones de alta resistencia, secciones esbeltas de formas arbitrarias y que a la vez deben cumplir con los requisitos de seguridad y durabilidad previstos en los códigos de construcciones.

En este contexto, se presenta a continuación una metodología numérico-computacional a nivel macromecánico que permite analizar elementos estructurales, secciones y/o sectores de estructuras de hormigón armado y pretensado con un grado de precisión notable, comparativamente ventajosa en relación con el esfuerzo de cálculo, basada en conceptos de mecánica de medios continuos aplicada al análisis de falla de sólidos mediante la técnica de elementos finitos en el campo no lineal, permitiendo el estudio de casos 1D/2D/3D o bien simulaciones en tensión / deformación plana.

Organiza:

Modelo parabólico de Drucker-Prager

A los fines de caracterizar el comportamiento mecánico del hormigón se plantea el empleo del modelo constitutivo elastoplástico propuesto por Drucker y Prager¹ (1952). Este modelo invíscido permite captar el límite de resistencia del material mediante una función de falla que puede adoptar diversos formatos. La propuesta de Drucker-Prager es conveniente dado que, con una calibración adecuada de sus parámetros, es apta para modelar el comportamiento no lineal de materiales cohesivo-friccionales complejos tales como el hormigón estructural. Sin embargo, dadas las desventajas exhibidas por la versión original, tales como la excesiva dilatación mostrada debido a la dirección constante del flujo plástico (criterio asociado) y la indefinición de la normal a la superficie de fluencia en el punto de tracción equi-triaxial, lo que origina una mala performance numérica cuando el estado de tensión cae en esta región de la superficie de carga, se presenta aquí una variante parabólica, la cual surge de la generalización de este criterio, ver Liebe y Willam²(1994):

$$F = F(I_1, J_2, \alpha, \beta) = J_2^m - z[c\alpha I_1 - \beta]^n \quad (1)$$

En la (1), $I_1 = \text{tr}(\sigma)$, con σ el primer invariante del tensor de tensiones y $J_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{s} : \mathbf{s})$ es el segundo invariante del tensor desviador $\mathbf{s} = \sigma - p\mathbf{I}$, siendo p la presión media e $\mathbf{I}$ el tensor identidad de segundo orden. Los parámetros materiales α y β representan al ángulo de fricción y la cohesión respectivamente. La dependencia del modelo en los cuatro coeficientes adicionales z , c , m y n permite la representación de la formulación original y de las versiones parabólica, hiperbólica y elíptica. Considerando los parámetros $m = n = c = 1$ y $z = -1$, se obtiene la expresión parabólica del criterio de Drucker-Prager (ver figura 1).

$$F_{par}^{DP} = J_2 + \alpha I_1 - \beta \quad (2)$$

Aplicando la condición de que en el espacio $p - J_2$ la curva que define la función de carga pase por los puntos característicos que definen los estados tensionales de tracción y compresión uniaxial definidas ahora como

$$P_t = \left(\frac{f_t'}{3}, \frac{f_t'^2}{3} \right) \quad ; \quad P_c = \left(-\frac{f_c'}{3}, \frac{f_c'^2}{3} \right) \quad (3)$$

Los parámetros materiales α y β se obtienen particularizando la (3) para estos puntos y resolviendo el sistema de ecuaciones conducen a las expresiones (4a,4b)

Organiza:

$$\alpha = \frac{f'_c - f'_t}{3} \quad ; \quad \beta = \frac{f'_c f'_t}{3} \quad (4a, 4b)$$

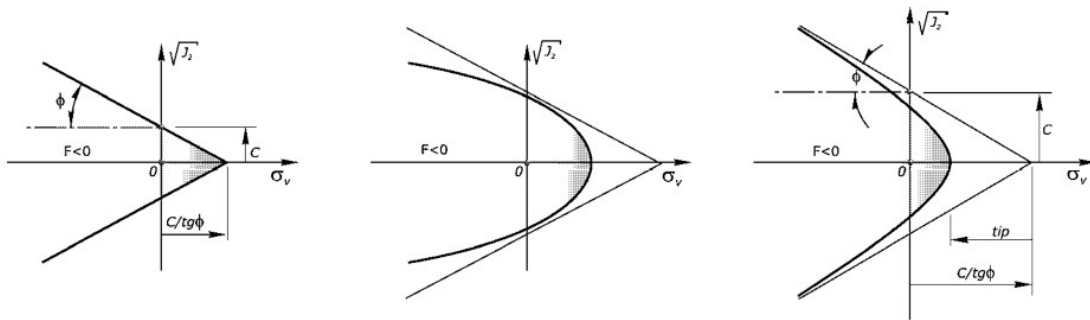


Figura 1: Criterio de Drucker-Prager: a) lineal b) parábola cuadrática c) hipérbola

La variante parabólica resulta en una superficie no lineal cuyo gradiente cambia de acuerdo con la posición del estado tensional respecto al eje hidrostático. Esta es la razón por la cual la variante parabólica exhibe una dilatancia mucho menor que la dada por el modelo original de gradiente fijo. En función de la propuesta de Rizo Patrón³ et al (2017), el modelo original se modifica para tener en cuenta efectos de tasa/tiempo y temperatura. Los efectos de tasa/tiempo se incorporan a través de la extensión visco plástica propuesta por Lorefice⁴ (2007), considerando el modelo de flujo viscoso de Perzyna⁵ (1963), ver figura (2):

$$F^{vp} = f(\sigma, \mathbf{q}) - f(\dot{\mathbf{q}}) \quad (5)$$

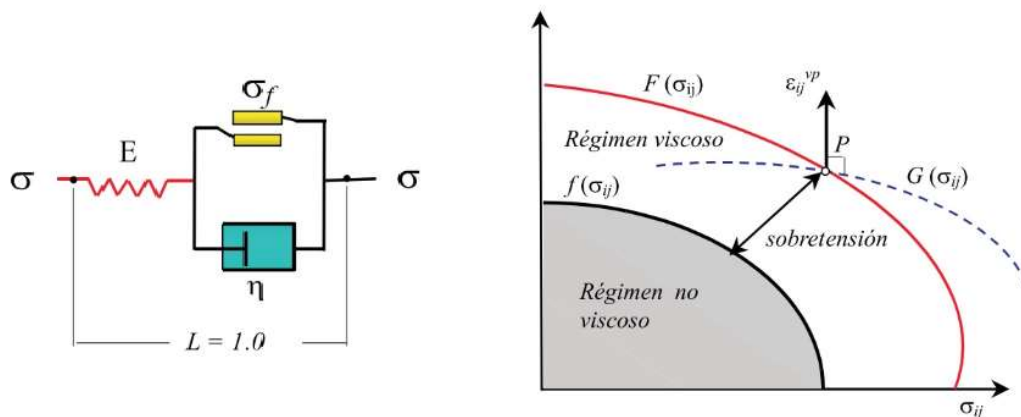


Figura 2: a) Modelo reológico visco-elastoplástico b) Criterio de sobrerresistencia

Organiza:

En la (5), el primer término representa la formulación general invíscida, mientras que el segundo incorpora los efectos de tasa/tiempo. La formulación se completa mediante la adición de la dependencia en la temperatura de los parámetros materiales $\alpha(T)$, $\beta(T)$, y la viscosidad aparente $\eta(T)$. La variación de la superficie de falla parabólica de Drucker-Prager con extensión visco plástica de Perzyna se ilustra en la figura (3),

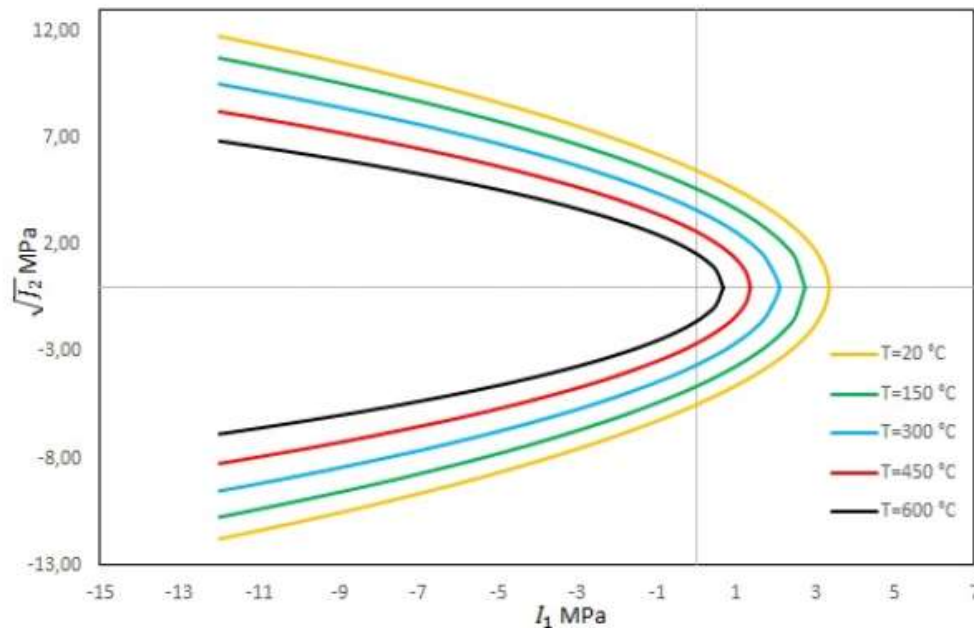


Figura 3: evolución de superficie de falla D-P en función de la temperatura

Calibración numérica

La solución del planteo numérico del problema no-lineal basado en la teoría del flujo de la elastoplasticidad con extensión visco plástica de Perzyna se resuelve a nivel material mediante un algoritmo de integración con esquema de Euler hacia atrás (*Backward Euler's Method*), combinado con una estrategia de proyección al punto más cercano (CPPM, *closest point projection method*), ver Lorefice et al⁶ (1999). El problema de valores de borde se resuelve mediante un esquema clásico de Newton-Raphson (N-R) en el marco del Método de los Elementos Finitos no lineal. Estas estrategias de solución (ver Figura 4), se implementaron en el entorno FEAP (*Finite Element Analysis Program* v8.4).

Organiza:

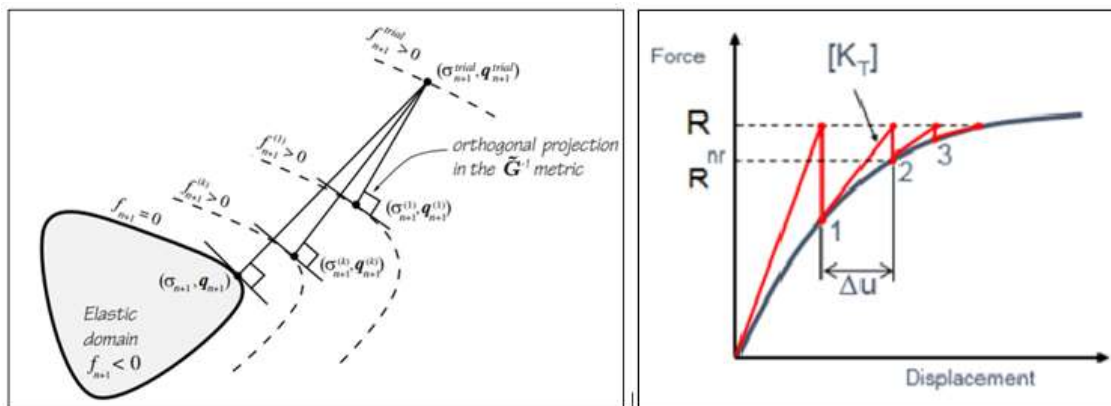


Figura 4: a) Estrategia de integración de tensiones b) Esquema numérico N-R

Ensayos de compresión / tracción uniaxial

A fin de calibrar el modelo constitutivo propuesto, se considera la evolución de los diversos parámetros intervinientes en función de la temperatura (módulo de elasticidad longitudinal, resistencia a compresión/tracción, viscosidad, calor específico, densidad, etc.), cuyas variaciones se ilustran a continuación en las Figuras 5 a 7. Las predicciones del modelo numérico calibrado para el caso de compresión y tracción uniaxial se muestran en Figuras 12 y 13 respectivamente, las cuales se obtuvieron en estado homogéneo de tensiones planas considerando una malla formada por un único elemento cuadrilátero lineal (1 elemento Q4), a fin de evitar incidencia de las condiciones de borde en la respuesta constitutiva. Los sucesivos ensayos numéricos se llevaron a cabo para diversos valores de temperatura constantes durante todo el ensayo (*estado denominado de flujo estacionario*), aplicando primero el salto térmico y realizando luego el ensayo mecánico en condiciones de control de desplazamientos a los fines de obtener la evolución numérica de la respuesta. Los parámetros empleados para la calibración del modelo constitutivo consideran un punto de partida dado por las resistencias características $f_c = 30$ MPa, a compresión y $f_t = 3.0$ MPa a tracción simple. En estos ensayos numéricos, la comparación se realiza versus la propuesta del Eurocódigo 2, del cual se toman los valores de máxima resistencia en función de la temperatura (valor al pico), mientras que la rama decreciente del modelo se ajusta mediante una función exponencial. La respuesta numérica a nivel constitutivo reproduce en forma aceptable y consistente los resultados de ensayos experimentales disponibles en la literatura científica para el rango de temperaturas analizado, con buenas predicciones de la tensión máxima y el nivel de deformación respectivamente. Las diferencias observadas en relación a los experimentos en cuanto a la carga pico son menores al 5% y se consideran aceptables a los fines de la modelación numérica.

Organiza:

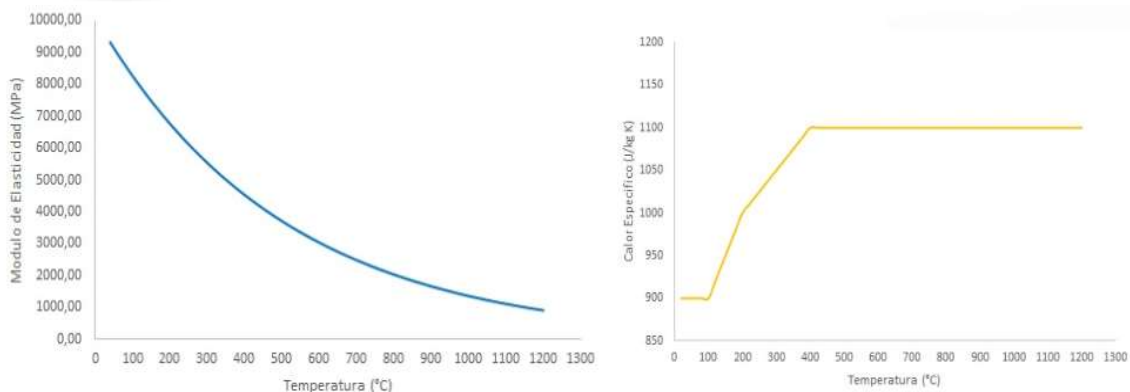


Figura 5: Módulo elástico del hormigón y calor específico vs. temperatura

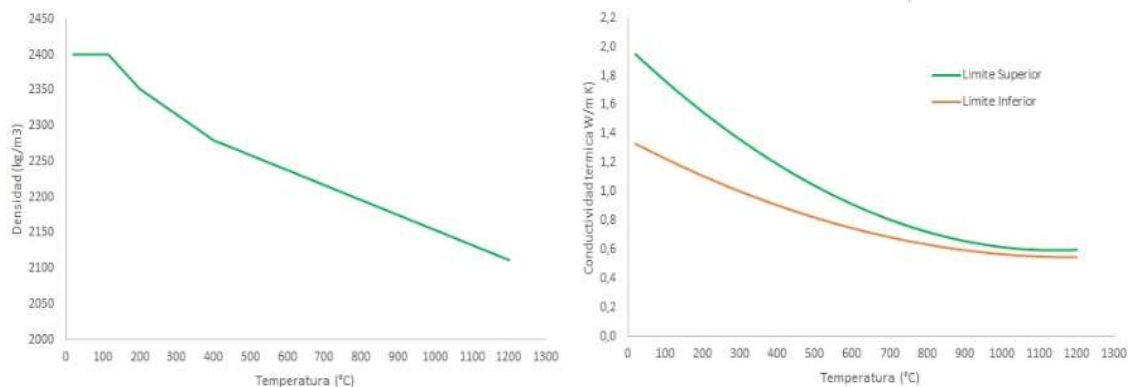


Figura 6: Densidad y conductividad térmica del hormigón vs. Temperatura

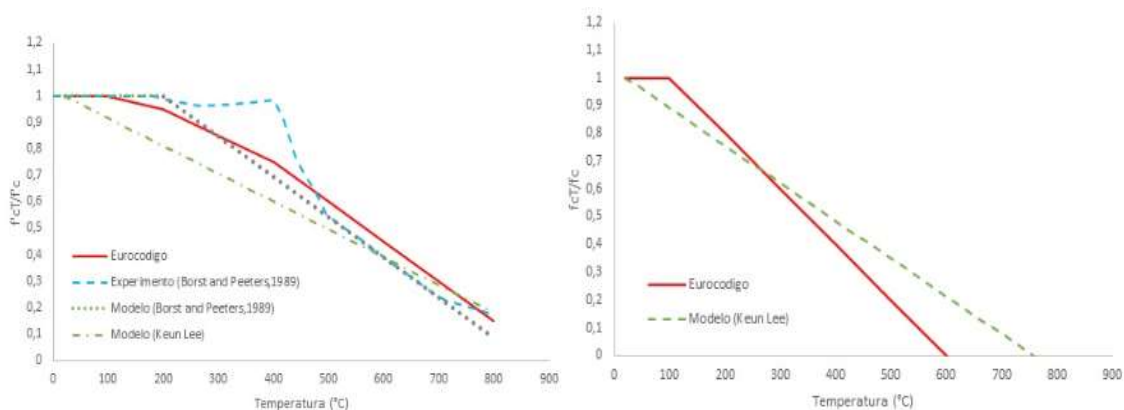


Figura 7: Resistencia a compresión / tracción del hormigón vs. temperatura

Organiza:

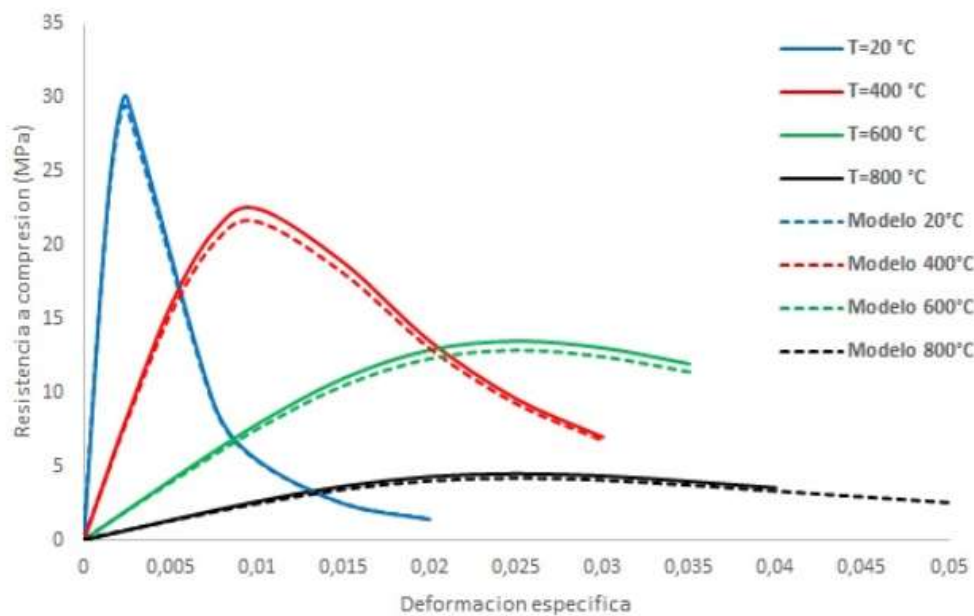


Figura 8: Simulación numérica / resistencia a compresión vs. temperatura

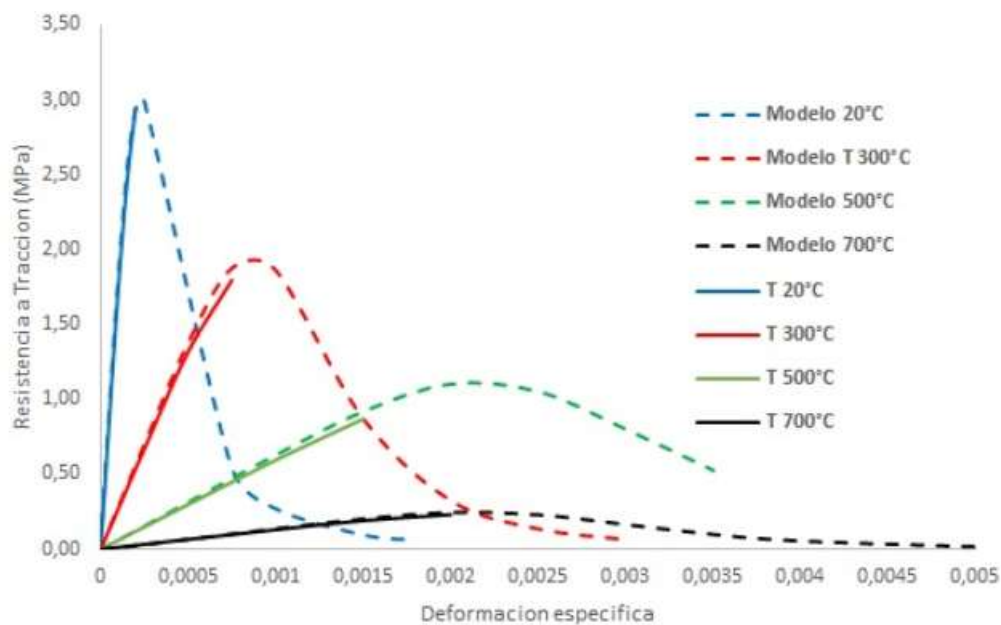


Figura 9: Simulación numérica / resistencia a tracción vs. temperatura

Organiza:

Ensayos de carga sostenida

Una vez calibrado el modelo en cuanto a la predicción de la máxima resistencia uniaxial en tracción y compresión, se realiza una segunda serie de ensayos numéricos para verificar la respuesta en situaciones de carga sostenida. En este caso se consideran los resultados de Schneider⁷ (1976), quien estudia el comportamiento diferido del hormigón sometidos a altas temperaturas y cargas de larga duración. Los ensayos numéricos se realizan bajo estado plano de tensiones homogéneas en dos etapas, la primera en la cual se aplica la carga sostenida hasta alcanzar el estado $\sigma = 0.30f'_c$. Una vez alcanzado este punto, se mantiene constante la carga y se deja pasar el tiempo, lo cual activa la extensión viscoplástica del modelo, obteniéndose la respuesta en términos de evolución en el tiempo de las deformaciones, ver Figura 10, para parámetros del modelo correspondientes a temperaturas de 200°C y 300°C.

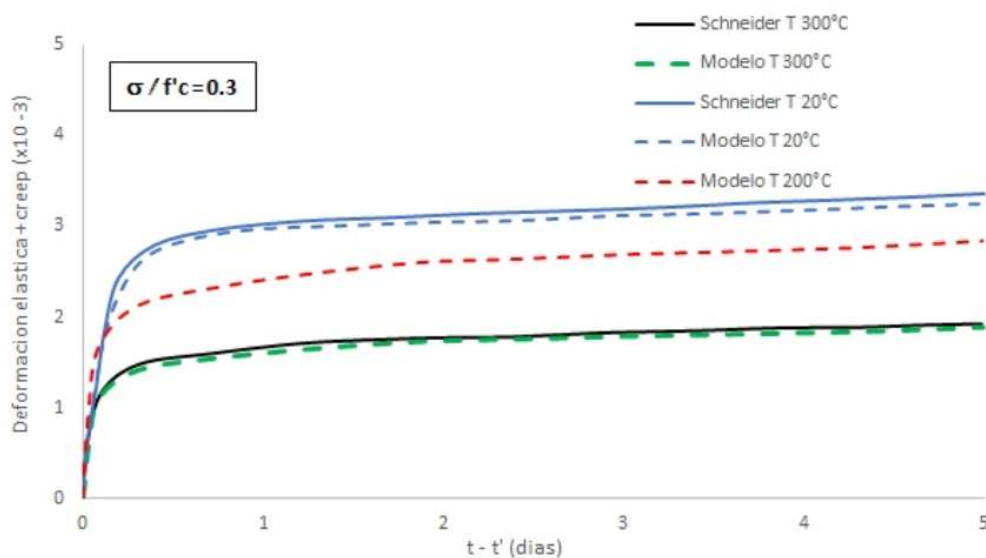


Figura 10: Simulaciones numéricas / carga sostenida a diversas temperaturas

Las curvas obtenidas ilustran buena concordancia con los resultados experimentales. Los resultados numéricos indican que el modelo constitutivo propuesto es adecuado para la simulación de casos de carga estática tanto de corta como de larga duración, con un grado de precisión aceptable a los fines del análisis estructural. En las secciones siguientes se aplica el modelo descrito al análisis estructural de columnas de hormigón armado sometidas a temperaturas elevadas, evaluando diferentes aspectos del problema.

Organiza:

Degradación térmica del acero

En caso de acciones térmicas elevadas, el acero de refuerzo en elementos de hormigón armado se ve también afectado por una drástica reducción de rigidez y resistencia. Si bien las cuantías de acero son en general pequeñas comparadas con las secciones de hormigón en los elementos estructurales típicos, el deterioro del acero por acciones térmicas es muy pronunciado a partir de 400°C. Existen numerosas investigaciones al respecto, ver en Figura 11 las indicadas en el reglamento de construcciones EC2.

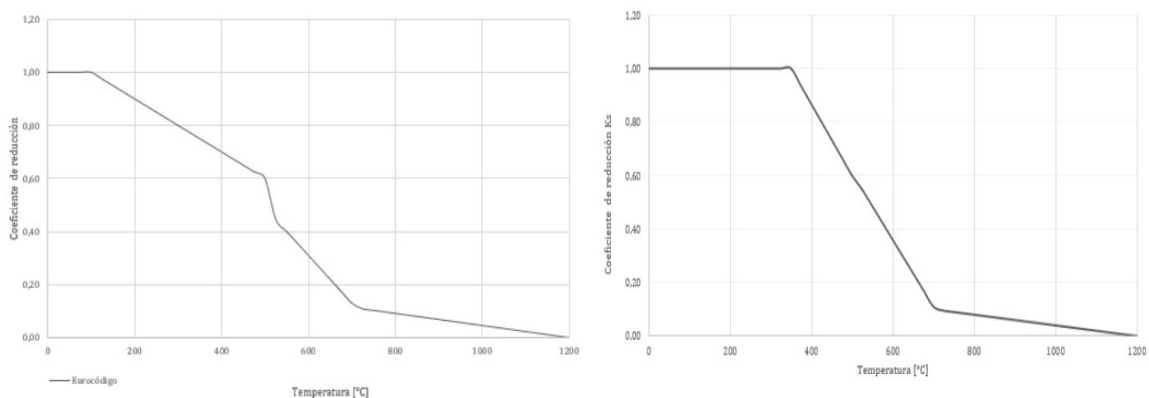


Figura 11: a) Reducción del módulo elástico del acero / b) Reducción de resistencia

Criterios de análisis para elementos de hormigón armado

Desde el punto de vista de la seguridad estructural, es claro que el diseño de columnas de hormigón armado constituye una etapa crítica por su implicancia en el proceso de cálculo, ya que de su comportamiento depende la estabilidad e integridad general del resto de la estructura. El estudio de este tipo de elementos estructurales cuando existe riesgo que los mismos se vean solicitados por elevadas cargas térmicas es crucial, dado que situaciones tales como el *spalling* o *descascaramiento* pueden provocar la falla repentina sin dar tiempo a evacuar la estructura. Tal como se ha ilustrado anteriormente, el incremento de temperatura genera un paulatino proceso de degradación, reduciendo drásticamente la rigidez y resistencia tanto del hormigón como del acero de refuerzo, y por ende, la capacidad portante de la columna. En situaciones de incendio reales, la temperatura no se distribuye en general de manera uniforme sobre la estructura, provocando diferencias de rigidez que finalmente pueden conducir a la falla por aplastamiento o por pandeo flexional por exceso de deformación.

El fenómeno descrito implica la ocurrencia de un acoplamiento termo-mecánico que organiza:

incide en la respuesta seccional y/o global de la estructura en función de los restantes parámetros que intervienen en el cálculo y diseño estructural de las columnas de hormigón armado, tales como su recubrimiento, cuantía longitudinal, dimensiones de la sección transversal, cuantía de estribos, esbeltez, etc. En este contexto, es claro que las recomendaciones de los códigos de construcciones tienden en general a ser de carácter prescriptivo, emitiendo una serie de recomendaciones generales que debe cumplir la estructura para ser apta para resistir un determinado tiempo sin que se produzca la falla. Esta es una regla general para la mayoría de los códigos vigentes (ACI 216.1 (1997), EN1992-1-2 (2004), código Indio IS-456 (2000), código canadiense CAN/ULC S101-14). De los códigos anteriores, el Eurocódigo EC2 es el que provee al diseñador de un mayor número de alternativas para la evaluación de la seguridad estructural, partiendo de métodos simples (aplicación de recomendaciones de espesores y cuantías mínimas, uso de tablas, etc.), hasta métodos de complejidad intermedia tales como el método de la *isoterma 500* o el *método de las zonas*. El EC2 admite el empleo de métodos de cálculo avanzados, los cuales incluyen simulaciones numéricas de elementos estructurales, de partes de la estructura o de la estructura en si misma, lo cual desde el punto de vista conceptual representa una marcada diferencia con las demás reglamentaciones vigentes, las cuales no poseen en sus recomendaciones los lineamientos mínimos que deben seguirse para una evaluación adecuada de la seguridad estructural mediante métodos computacionales. Este tipo de análisis representa la tendencia actual, lo cual conduce a un diseño basado en modelos que simulan la performance real de la estructura.

Modelación numérica

La simulación computacional realista de elementos estructurales completos de hormigón armado o de partes de una estructura sometida a elevada carga térmica, implica la resolución de un complejo sistema de ecuaciones diferenciales acopladas que representan un proceso de degradación termo-mecánica no lineal, involucrando en general cientos o miles de grados de libertad que surgen de la discretización del problema en el ámbito del método de los elementos finitos. El abordaje de este tipo de análisis requiere de avanzadas capacidades de cálculo, visualización y edición de la geometría combinadas con la posibilidad de uso de algoritmos de optimización de convergencia que permitan realizar el análisis computacional de manera apropiada. Con este objetivo, las curvas de respuesta del modelo constitutivo parabólico de Drucker-Prager con extensión viscoplástica, desarrollado y calibrado para diferentes temperaturas en el entorno del software FEAP v8.4⁸, se implementan como modelo de usuario en el entorno del software ANSYS V24 R1⁹, el cual incluye diversos tipos de elementos finitos (1D/2D/3D), con capacidades de simulación de problemas termo-mecánicos acoplados. En el presente caso, se emplean los elementos de sólido 3D de 8 nodos (*brick element* – solid 65 / solid 70), aptos para la representación de elementos de medio continuo (en este caso simulan el material hormigón en base al modelo de usuario adoptado), y los elementos denominados *link 180* (elementos de

Organiza:

línea con 2 nodos, convenientes para representar el comportamiento de las barras de refuerzo con incorporación de curva de usuario para representar con precisión la degradación del material acero en función de la temperatura durante el proceso de cálculo. Si bien en los casos de incendio reales la curva sigue las etapas indicadas en la figura 12, para la simulación numérica de la acción del fuego se adopta en este caso el criterio de exposición dado por la recomendación ISO-834. La carga térmica generada se aplica sobre las caras expuestas del elemento estructural según la función de la curva normalizada $T^{\circ}\text{C} = f(t) = T_0 + 345 \log_{10} (8t + 1)$, con T_0 la temperatura ambiente antes del incendio y “t” el tiempo en minutos, ver figura 13.



Figura 12: Evolución de la temperatura en casos típicos de incendio

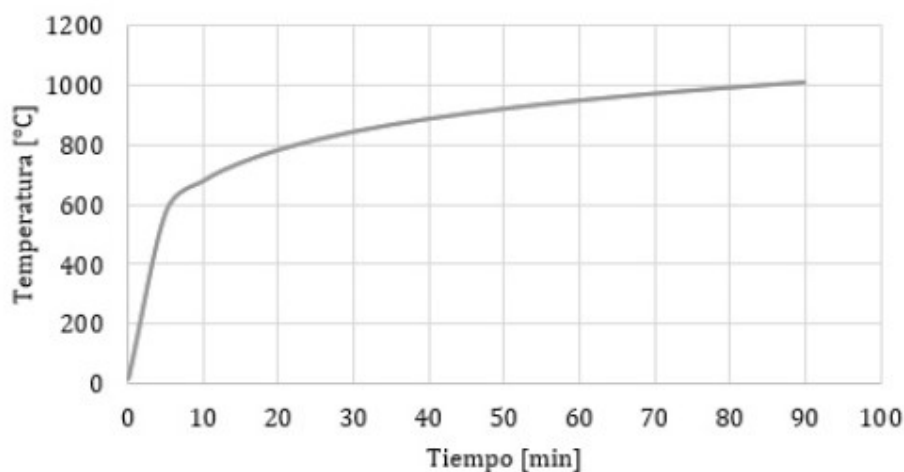


Figura 13: Evolución de la temperatura – curva normalizada ISO-834

Organiza:

Con base en el criterio numérico enunciado, se plantea el estudio de la simulación de la respuesta mecánica no lineal de una columna de hormigón armado con las características siguientes:

- Sección columna: 300x300 (mm²)
- Material: hormigón estructural – calidad H-21
- Armadura de refuerzo – barras de acero ADN-420
- Cuantía longitudinal: $4 \text{ d}16 + 4 \text{ d}12 = 12.56 \text{ cm}^2$ ($\mu = 0.014$)
- Estribos: d8 c/ 20 cm
- Recubrimiento: 25 mm
- Tipo de columna: columna interna / H = 3.0 m
- Exposición al fuego: uniforme en las 4 caras

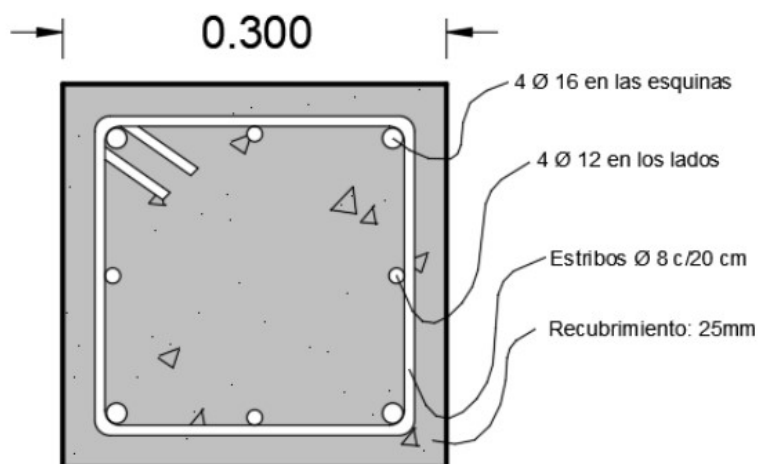


Figura 14: Sección en análisis - columna 300x300

La sección en estudio se ilustra en Figura 14, mientras que las condiciones de borde consideradas en el análisis numérico incluyen una incidencia homogénea de la temperatura en las 4 caras de la columna (flujo térmico isotrópico), ver figura 15, siguiendo la curva de evolución recomendada por las normas ISO 834. Desde el punto de vista mecánico, las condiciones de vínculo simuladas asumen extremo inferior fijo (condición de restricción al movimiento en las direcciones X,Y,Z del sistema de coordenadas global de los nodos situados en el plano de la cara inferior de la malla, mientras que el extremo superior posee una restricción al movimiento solo en las direcciones X-Y mediante la imposición de condiciones de restricción lateral, permitiendo el desplazamiento vertical en dirección de aplicación de la carga (+Z).

Organiza:

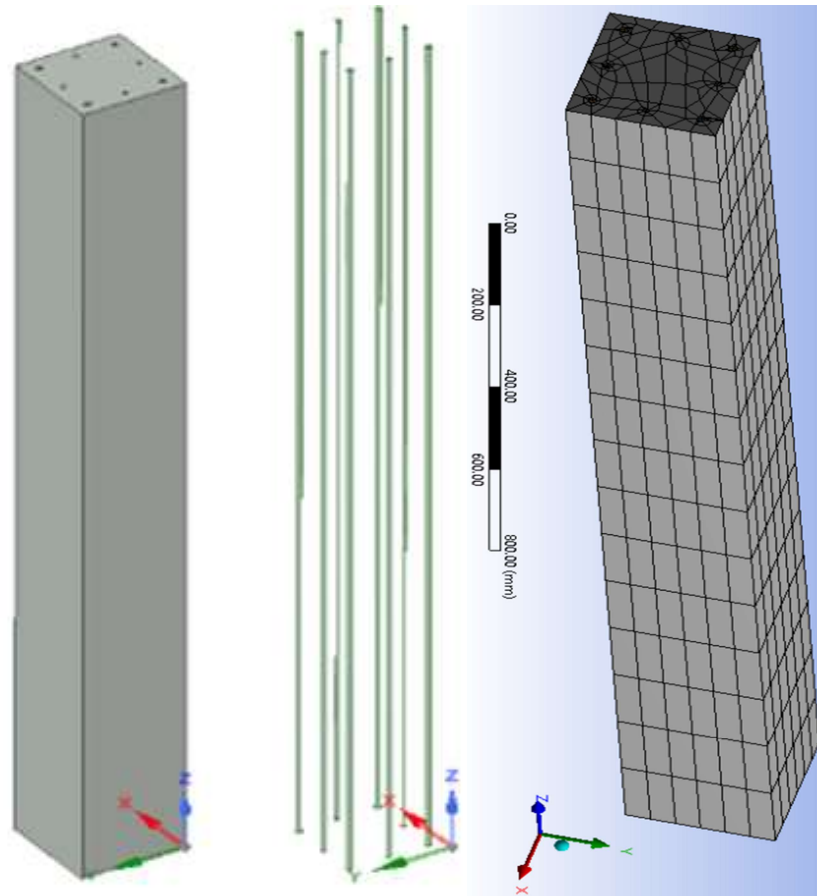


Figura 15: Modelo de columna sección: 300x300 – geometría general y mallado

Método numérico	Newton- Raphson
Tipo de resultados	Globales (nodales)
Tolerancia numérica	1.00E-08
Número de ecuaciones	41592
Tiempo de cálculo	00:35:21
Tipo de malla	Multizone (hexaédrica)
Cantidad de elementos	2895
Cantidad de nodos	14728

Tabla 1: Datos estadísticos - modelo numérico

Organiza:

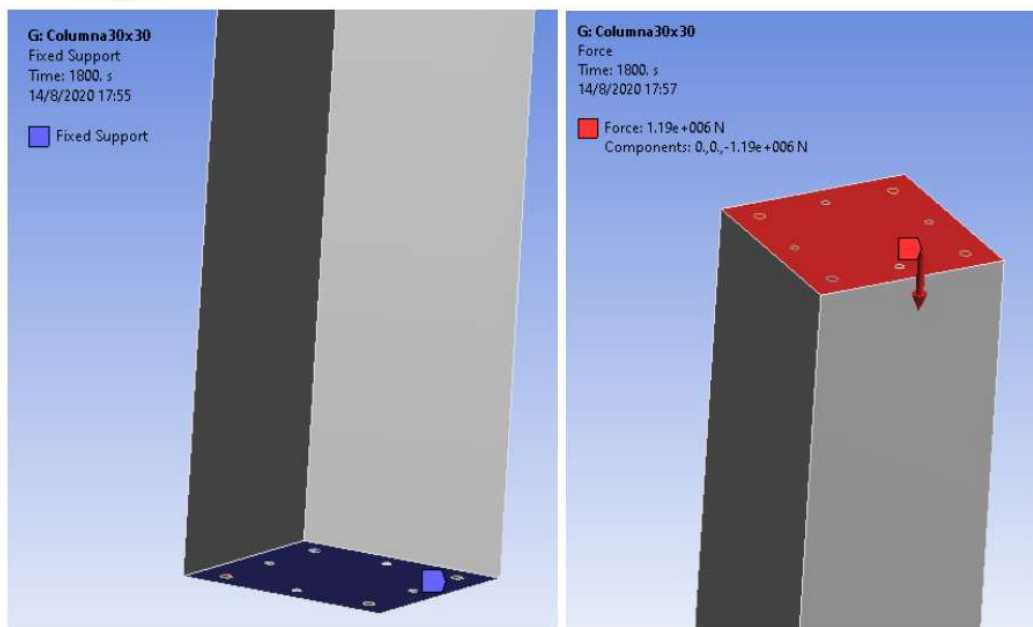


Figura 16: columna 300x300 – aplicación de condiciones de borde y carga

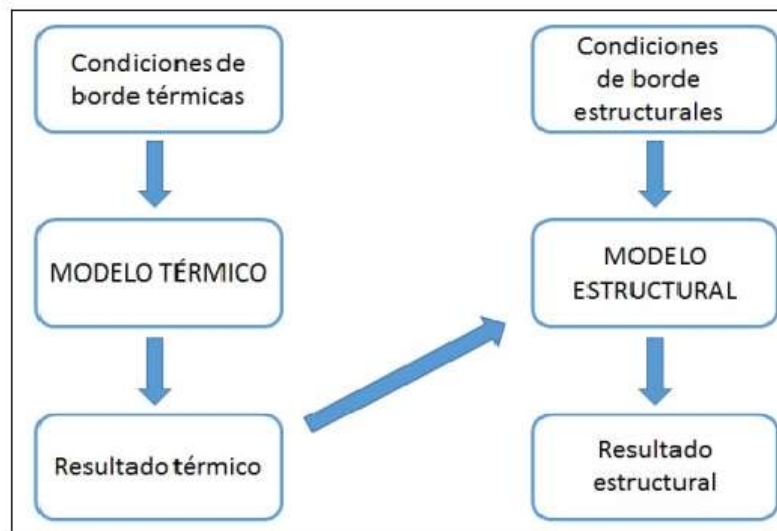


Figura 17: esquema numérico – solución problema acoplado

Los resultados del análisis térmico se presentan en la Figura 18, en la cual puede apreciarse la distribución seccional de las isotermas para diferentes etapas del proceso de cálculo, en particular para los tiempos $t = 30 / 60 / 60$ y 120 minutos.

Organiza:

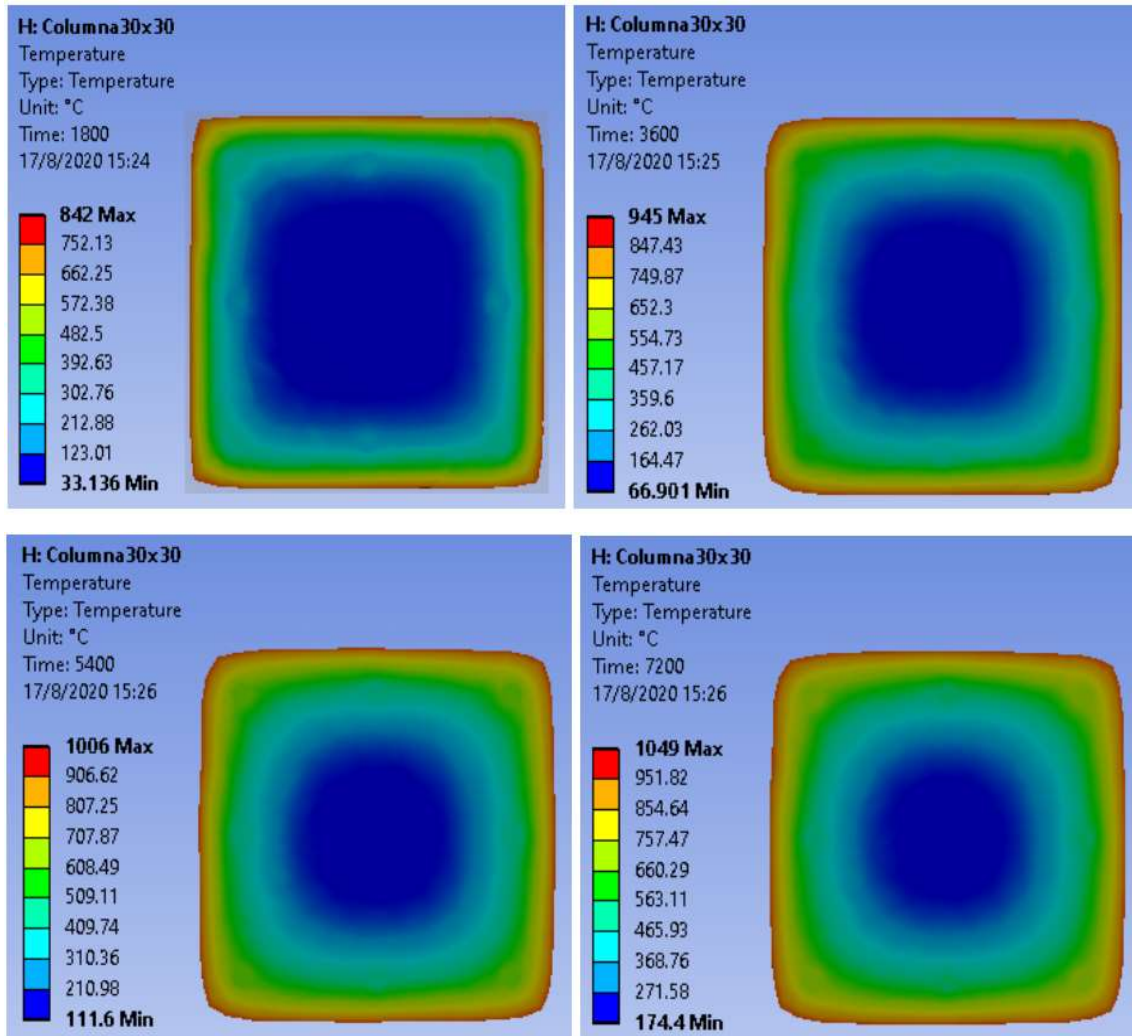


Figura 18: distribución temperaturas a $t=30 / 60 / 90 / 120$ minutos

En Figura 19 se aprecia la distribución de tensiones y deformaciones a lo largo de la columna, mientras que en Figura 20 se ilustran las tensiones y deformaciones en el acero y en el hormigón en la sección transversal central, dado que al estar alejada de los extremos en que se imponen las condiciones de borde es la más representativa del estado tensional de compresión uniaxial pura a la cual se encuentra sometida la columna.

Organiza:

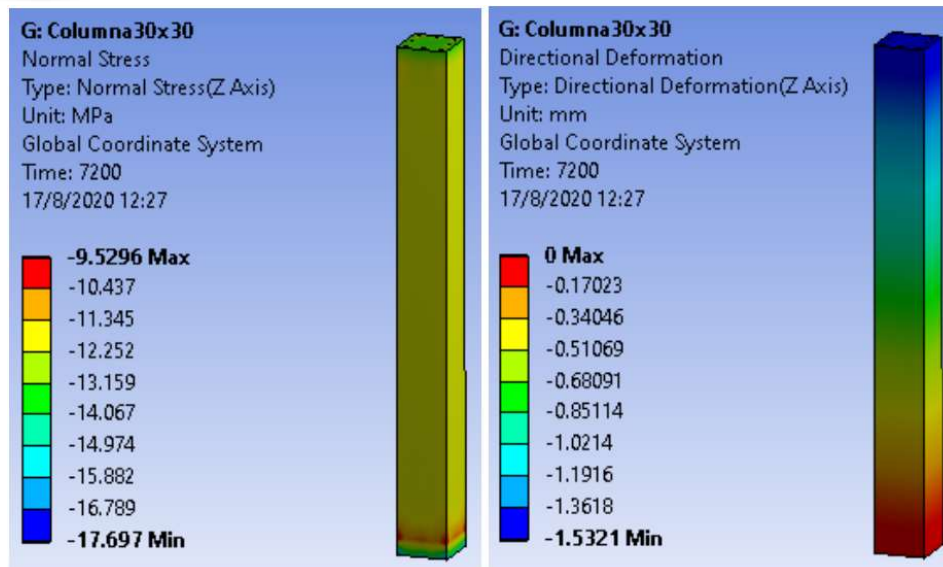


Figura 19: Distribución tensiones/deformaciones $\sigma(z)$ / $\varepsilon(z)$

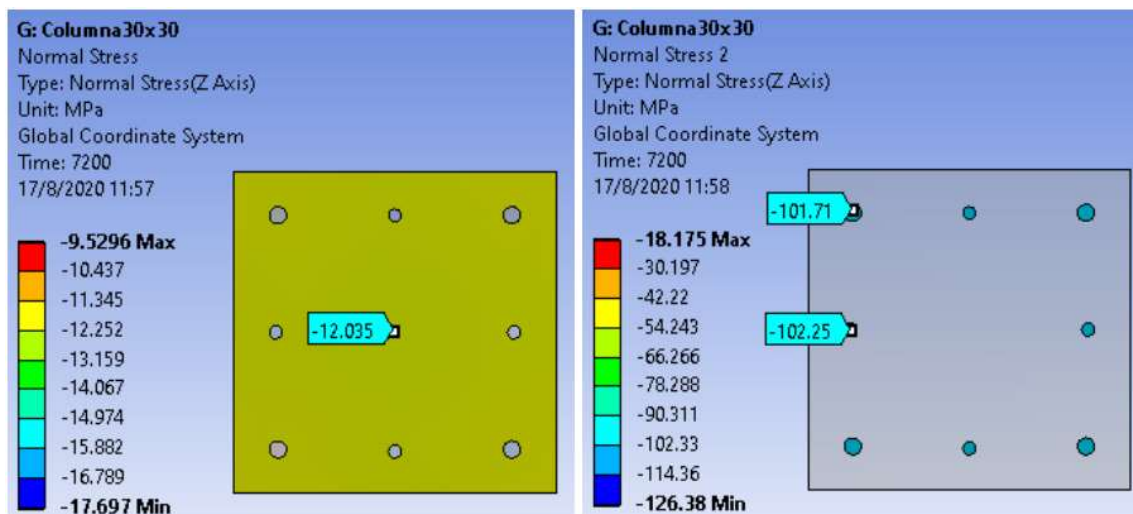


Figura 20: Tensiones en sección central $\sigma(z)$ en hormigón y acero

Considerando los resultados de figuras 18 y 20, es posible evaluar de forma aproximada el factor de seguridad global ante la falla de la columna por aplastamiento mediante la integración de las tensiones verticales $\sigma(z)$ en el hormigón y en las armaduras en la sección transversal central.

Organiza:

Evaluando las isolíneas de tensiones a los tiempos $t = 30 / 60 / 90$ y 120 min se determina la siguiente curva de resistencia en función del tiempo, definiendo el factor de seguridad $FS = P_u / P_s$, con P_u la carga última absoluta que soporta la sección transversal y P_s la carga de servicio de la columna, obteniendo una resistencia neta de $R = 100$ min, pasado ese tiempo de exposición la columna puede fallar por compresión, ver figura 21.

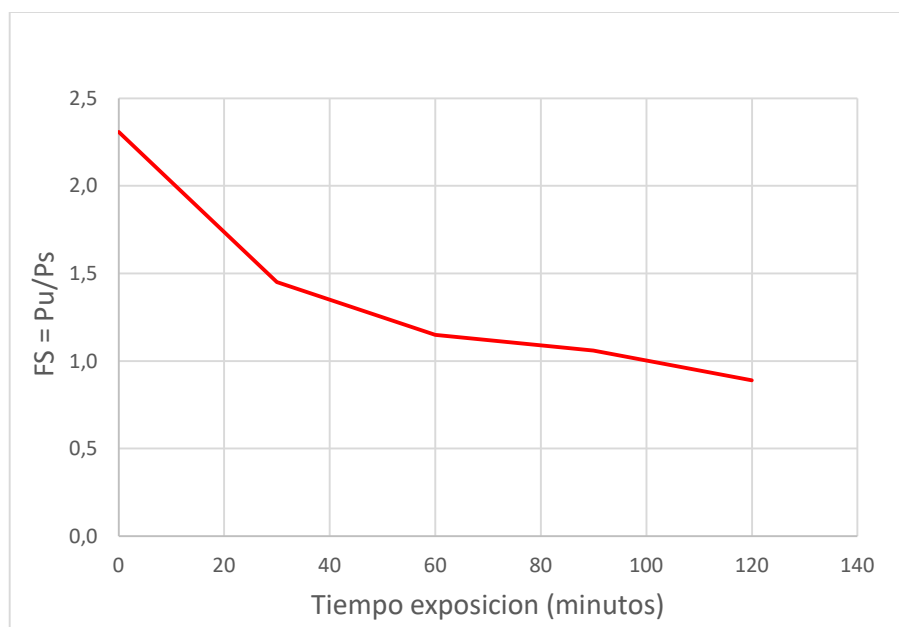


Figura 21: factor de seguridad global $FS = P_u/P_s$

Conclusiones

Los resultados obtenidos a partir del modelo constitutivo extendido de Drucker-Prager indican que la metodología propuesta a nivel macromecánico representa una alternativa conveniente a los métodos simplificados y/o aproximados recomendados por la mayoría de los reglamentos de construcciones, permitiendo una adecuada simulación del problema termo-mecánico acoplado, incorporando los aspectos más relevantes del mismo, tales como la degradación del hormigón y del acero en función de la distribución de temperaturas y del tiempo, la consideración de la geometría real de la sección transversal y de la estructura, y la incorporación de diversos escenarios de incendio en función de las necesidades particulares de cada caso, implicando un esfuerzo computacional y de análisis razonable, compatible con las necesidades de la práctica profesional. La metodología adoptada se basa en el empleo de modelos convencionales de medio continuo, que posibilita además la incorporación de efectos de tasa/tiempo además del análisis de capacidad portante y evaluación del factor de seguridad para las distintas etapas del proceso.

Organiza:

Agradecimientos:

Este trabajo fue financiado con fondos del Proyecto de Investigación 23/C162 perteneciente al Instituto de Materiales, Estructuras y Construcciones (IMEC) de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, aprobado por el Consejo de Investigaciones de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional de Santiago del Estero (CICyT-UNSE).

Referencias

1. D. C. Drucker and W. Prager, "Soil mechanics and plastic analysis or limit design", *Quarterly of Appl Math*, Vol. 10, pp. 157–165, (1952).
2. T. Liebe and K. Willam, "Localization results of generalized Drucker-Prager elastoplasticity", *Technical Note*, University of Colorado at Boulder.
3. Rizo Patrón, M., Pérez, G., y Lorefice, R., "Modelo constitutivo macromecánico para hormigones a temperaturas elevadas", pp.760-775, SEMNI2017, Valencia, España.
4. Lorefice, R., "Modelación de la respuesta dinámica del hormigón mediante los criterios meso y macro-mecánicos". Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Tucumán (2007).
5. P. Perzyna, "The constitutive equations for rate sensitive materials". *Quarterly of Appl Math*, Vol. 20, pp. 321-332, (1963).
6. Lorefice, R., Etse, G., "Estrategias para la integración implícita de ecuaciones constitutivas en modelos cohesivo-friccionales". MECOM 99, 1688-8026 T1 (1999).
7. U. Schneider, "Behavior of Concrete Under Thermal Steady State and Non Steady State Condition", *Fire and Material*, Vol. I, pp. 103-111, (1976).
8. Taylor R.L, Govindjee, S., FEAP v8.4 - User Manual. University of California, Berkeley, Ca (2020)
9. ANSYS Workbench R24 v1, User Manual. (2024)
10. Env 1992-2-1-Ec2. Código Europeo para el diseño de Estructuras de Hormigón. Resistencia al Fuego.
11. ACI 216. 1-97, "Métodos normalizados para determinar la resistencia al fuego de construcciones de concreto y mampostería". Comité ACI/TMS.

Organiza: