

# CONSIDERACIÓN DE ALGUNOS ASPECTOS DE LA COMPOSICIÓN DEL HORMIGÓN EN UN CRITERIO DE FALLA

Folino, Paula  
Ingeniera civil, Dra. en ingeniería  
Grupo LMNI - Laboratorio de Materiales y Estructuras – INTECIN  
Facultad de Ingeniería – Universidad de Buenos Aires  
pfolino@fi.uba.ar

## RESUMEN

En este trabajo, por un lado se presentan las principales características de un criterio de falla para hormigón desarrollado recientemente en la Universidad de Buenos Aires (Folino&Etse (2011)). Este criterio, dependiente de los tres invariantes de tensiones, predice mediante una única ecuación la superficie de máxima resistencia tanto de hormigones de resistencia normal como de alta resistencia. Como aspecto novedoso, incorpora una definición de la calidad del hormigón basado en la combinación de un par de valores constituido por el denominado parámetro de prestación y por la resistencia uniaxial a compresión.

Por otro lado, luego de analizar para distintos tipos de solicitaciones los resultados de predicciones numéricas de tensiones pico obtenidas con el criterio mencionado, se discute la incidencia de algunos aspectos relevantes de la composición del hormigón en los análisis estructurales y la conveniencia de que desde la etapa de proyecto, se tengan en cuenta dichas propiedades dado que caracterizarán el tipo de hormigón a utilizar.

## ABSTRACT

*On one hand, this work presents the main features of a concrete failure criterion recently developed at the University of Buenos Aires (Folino & Etse (2011)). This approach, based on the three stress invariants, predicts by a single equation the maximum strength surface of both normal and high strength concretes. As novel aspect, it incorporates a definition of concrete quality based on the combination of a pair of values constituted by the so-called performance parameter and by the uniaxial compressive strength.*

*Furthermore, after analyzing for different stress paths the results of numerical predictions of peak stresses obtained with the above mentioned criterion, the incidence of some relevant aspects of the concrete composition in structural analyzes is discussed, as well as the convenience of taking these properties into account in the design stage considering that they will characterize the concrete to be used.*

## INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista de la tecnología del hormigón, grandes avances se han logrado en los últimos años, permitiendo el desarrollo de diversos tipos de hormigón de alta prestación (High Performance Concretes (HPC)). Dentro de este grupo, se encuentran por ejemplo los hormigones de alta resistencia (High Strength Concretes (HSC)), pero también muchos otros, como los hormigones autocompactantes, los hormigones de alta resistencia inicial, etc. Estos nuevos materiales se han ido desarrollando de acuerdo a los distintos requerimientos de las construcciones de hormigón actuales, y es sabido, que todos estos HPC ya son ampliamente utilizados en la práctica.

Frente al desarrollo de esta nueva generación de hormigones, cabe preguntarse desde el punto de vista de la ingeniería estructural, cuál es la incidencia que tiene el tipo de hormigón a utilizar sobre el comportamiento estructural. O en otras palabras, si es correcto continuar con los mismos criterios de cálculo desarrollados en general para hormigones estándar, o si en algún punto es necesario realizar alguna consideración especial.

En este sentido, se ha realizado en la FIUBA un estudio relacionado con el comportamiento mecánico de hormigones de distintas resistencias a compresión ( $f'_c$ ), con especial foco en el caso de hormigones de alta resistencia, con el objeto de proponer una formulación constitutiva válida para hormigones de resistencia arbitraria. En este trabajo, se presenta el criterio de falla basado en la prestación (Performance dependent failure criterion (PDFC)), propuesto en el marco del estudio anteriormente mencionado. Este criterio, dependiente de los tres invariantes de tensiones, predice mediante una única ecuación la superficie de máxima resistencia tanto de hormigones de resistencia normal como de alta resistencia, incorporando la calidad del hormigón como parámetro, la cual es definida en términos de algunas propiedades de la composición del hormigón. Se describen las características fundamentales del PDFC, se presenta el parámetro de prestación propuesto, y también se comparan resultados experimentales con resultados de predicciones numéricas de tensiones pico obtenidas con el criterio mencionado. Por último, se discute la conveniencia de considerar y definir algunos parámetros de la composición del hormigón desde el momento de la concepción del proyecto estructural.

## CRITERIO DE FALLA BASADO EN LA PRESTACIÓN (PDFC)

### Motivación

El criterio de falla basado en la prestación (Folino et al. 2009<sup>[1]</sup>, Folino-Etse 2011<sup>[2]</sup>) fue desarrollado considerando que los criterios de falla para hormigón más utilizados fueron formulados en base a resultados de hormigones normales o estándar (NSC). Se comprobó que varios de dichos criterios no eran capaces de predecir la superficie de máxima resistencia de HSC (entre otros, el modelo de Drucker-Prager<sup>[3]</sup>, el modelo extendido de León<sup>[4]</sup>, etc.) y los que sí eran capaces (como el modelo de cinco parámetros de Willam-Warnke<sup>[5]</sup>) requerían una calibración especial de sus parámetros para poder hacerlo. Esto último sucedía también en el caso de algunos criterios de falla desarrollados en los últimos años

para considerar específicamente el caso de HSC, como por ej. el criterio de Xie et al.<sup>[6]</sup>, requiriendo una calibración particular cada vez que se modifica la calidad del hormigón a considerar, es decir, necesitando realizar una serie de ensayos experimentales para obtener los parámetros previamente a poder implementar el criterio en un análisis estructural.

En lo que sigue, se considera el espacio de tensiones de Haigh Westergaard, definido por las coordenadas  $\xi$ ,  $\rho$  y  $\theta$ , obtenidas en función de los invariantes de tensiones como

$$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{3}} ; \rho = \sqrt{2J_2} ; \cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (1)$$

donde  $I_1$  es el primer invariante del tensor de tensiones  $\underline{\underline{\sigma}}$ , siendo  $J_2$  y  $J_3$  el segundo y tercer invariantes del tensor de tensiones deviatoricas  $\underline{\underline{s}}$ , respectivamente. (Ver Chen-Han 1988<sup>[7]</sup> para más detalles).

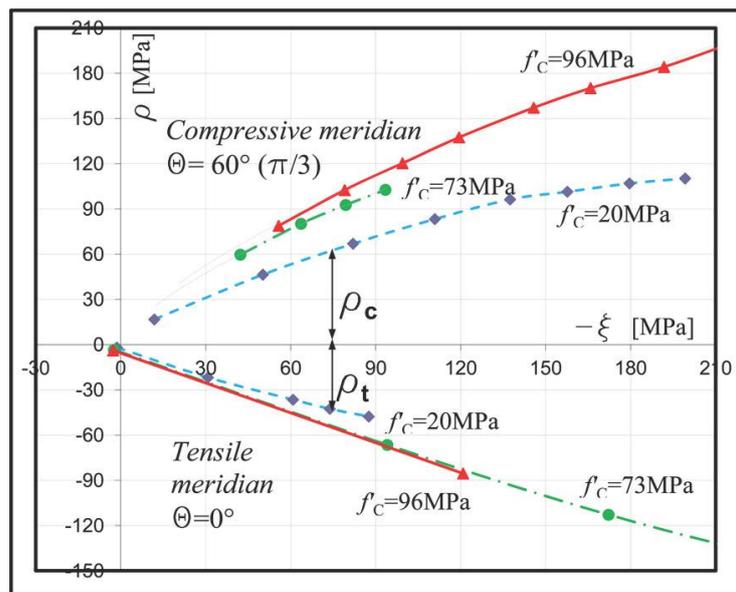


Figura 1. Meridianos de compresión y tracción de la superficie de máxima resistencia correspondiente a datos experimentales de hormigones con  $f'_c = 20, 73$  y  $96$  MPa.

El primer paso para el desarrollo del PDFC fue el relevamiento de datos experimentales en la bibliografía existente, referidos a las tensiones pico frente a distintos tipos de solicitaciones y para distintos tipos de hormigón. Esta búsqueda bibliográfica, reveló que hay una gran escasez de datos de ensayos no convencionales como de compresión triaxial, tracción directa, solicitaciones biaxiales, etc. Es particularmente notable la poca cantidad de ensayos disponibles relacionados con HSC.

Algunos de los datos relevados se muestran en la Fig. 1, donde pueden observarse los meridianos de compresión y de tracción de la superficie de máxima resistencia para tres hormigones de distinto  $f'_c$ .

En base a todos los datos relevados, se realizó un análisis del que se obtuvieron las siguientes conclusiones: tanto el meridiano de tracción como el de compresión presentan una forma no lineal; a medida que aumenta  $f'_c$  el meridiano de compresión tiende a expandirse pero no en igual proporción en que aumenta  $f'_c$ , mientras que el meridiano de tracción prácticamente no experimenta cambios. Es conocido el hecho que al aumentar progresivamente  $f'_c$ , la resistencia uniaxial a tracción  $f'_t$  no aumenta en la misma proporción. De acuerdo con las conclusiones, pareciera ser que este comportamiento es aplicable también a la superficie de máxima resistencia, la cual se expande al aumentar  $f'_c$  pero no isotrópicamente.

Otra observación importante que surgió del análisis de resultados experimentales fue que dos hormigones con igual  $f'_c$  pero distinta composición, presentaban distintos meridianos de la superficie de máxima resistencia, aún manteniéndose las mismas condiciones de ensayo.

Pero más allá de las observaciones mencionadas previamente, lo que el análisis efectuado demostró fue que si se deseaba predecir la superficie de máxima resistencia de distintos tipos de hormigón, era fundamental tener en cuenta de alguna manera algunos aspectos de la composición.

## El parámetro de prestación

Dado que la resistencia uniaxial a compresión  $f'_c$  es una propiedad fundamental del hormigón, no sólo porque es la más fácil de ser determinada experimentalmente sino también porque proporciona información crucial sobre las características mecánicas de material, muchas veces es directamente identificada con la calidad del hormigón.

Sin embargo, considerando que el hormigón es un material compuesto, su calidad depende no sólo por las propiedades químicas, sino también por las propiedades físicas e hidráulicas de la mezcla y de sus componentes. Mientras que las propiedades químicas son definidas por la composición de mortero, la función hidráulica es básicamente la porosidad del mortero, y las físicas son, entre otros, la forma y el tamaño máximo de los agregados gruesos.

De esta manera, puede afirmarse que diferentes dosificaciones conducen a diferentes materiales compuestos, aún en el caso en que estos hormigones posean el mismo  $f'_c$ . Este hecho condujo a pensar que era necesario definir algún parámetro complementario a  $f'_c$  para llegar a definir objetivamente la calidad de un hormigón. Con este objetivo, se realizó un nuevo relevamiento de datos experimentales pero limitados en este caso a ensayos de compresión uniaxial, sobre probetas cilíndricas de 10x20cm, con cemento tipo I (según ASTM). En todos los casos se analizaron las dosificaciones empleadas y se realizó un análisis paramétrico de manera tal de determinar cuál era la relación de cada componente con  $f'_c$ . Si bien, cada componente tiene su incidencia dada la naturaleza multiparamétrica del material, se arribó a la conclusión que desde el punto de vista de la calidad, la relación agua-materiales cementicios  $w/b$  (wáter/binder), constituía un parámetro fundamental y

que estaba directamente vinculada a la porosidad del material. De esta manera, podría decirse que a menor  $w/b$ , menor porosidad y mejor calidad. Si bien esto es un hecho bien conocido, no había sido tenido en cuenta previamente en un criterio de falla como parámetro. Se propuso entonces el “parámetro de prestación”  $\beta_P$  (performance parameter) definido de la siguiente manera

$$\beta_P = \frac{1}{1000} \frac{f'_c}{(w/b)} \quad f'_c \text{ en [MPa]} \quad (2)$$

Pero este parámetro no define por sí mismo la calidad de un hormigón, sino que la misma queda definida por el par de valores:  $f'_c$  y  $\beta_P$ . En la Fig. 2 se observa la ley de variación de este parámetro en función de  $f'_c$  y también se observan dos curvas límites propuestas para obtener los posibles valores mínimos y máximos para cada  $f'_c$ .

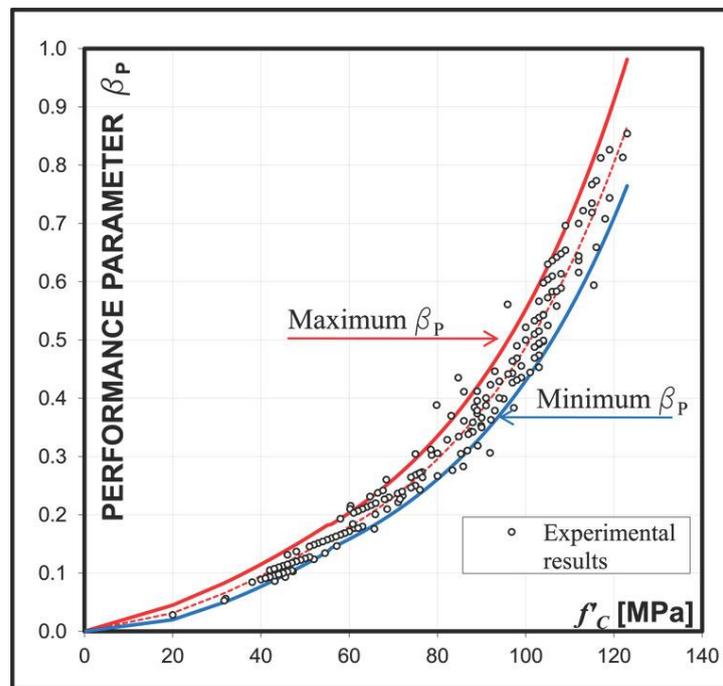


Figura 2. Variación y límites del parámetro de prestación en función de la resistencia uniaxial a compresión.

Es conveniente destacar en este punto que el hecho de que a cada valor de  $f'_c$  le corresponda un rango de posibles valores de  $\beta_P$  no debe ser entendido como un fenómeno de dispersión, dado que cada punto en este gráfico corresponde a distintas dosificaciones, y por lo tanto a distintos materiales. Sólo significa que dos hormigones de igual  $f'_c$  pueden aún ser de distinta calidad.

En el caso en que la relación  $w/b$  resulte desconocida, este gráfico y las curvas límite sirven para determinar un rango de valores posibles de  $\beta_P$ .

## Ecuaciones del PDFC

El criterio propuesto se basa en considerar ecuaciones cuadráticas para los meridianos de tracción y compresión en términos de la 1° y 2° coordenadas de Haigh Westergaard normalizadas con respecto a  $f'_c$  ( $\bar{\xi} = \xi / f'_c$ ;  $\bar{\rho} = \rho / f'_c$ ), imponiéndoles un vértice en común, y que el coeficiente del término cuadrático es el mismo para ambos meridianos.

$$\text{Meridiano de compresión: } \theta = \pi / 3 \Rightarrow A \bar{\rho}_c^{-2} + B_c \bar{\rho}_c + C \bar{\xi} - 1 = 0 \quad (3)$$

$$\text{Meridiano de tracción: } \theta = 0 \Rightarrow A \bar{\rho}_t^{-2} + B_t \bar{\rho}_t + C \bar{\xi} - 1 = 0 \quad (4)$$

En las ecuaciones anteriores, los subíndices c y t indican compresión y tracción, respectivamente. Por otra parte,  $A$ ,  $B_c$ ,  $B_t$  y  $C$  son cuatro coeficientes que definen la forma de los meridianos de compresión y tracción.

Además, se acepta para meridianos intermedios la interpolación elíptica de Willam-Warke<sup>[5]</sup> de manera tal que para cualquier meridiano, resulta  $\bar{\rho} = \bar{\rho}_c / r$ , siendo  $r$  el factor de elipticidad y  $e$  la excentricidad definidos  $\forall 0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$  como

$$r = \frac{4.(1 - e^2). \cos^2 \theta + (2.e - 1)^2}{2.(1 - e^2). \cos \theta + (2.e - 1). \sqrt{4.(1 - e^2). \cos^2 \theta + 5.e^2 - 4.e}}; \quad e = \frac{\bar{\rho}_t}{\bar{\rho}_c} \quad (5)$$

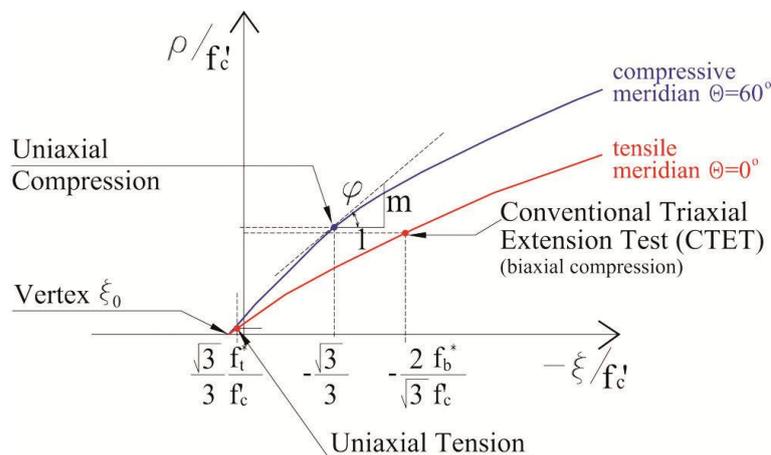


Figura 3. Condiciones impuestas al PDFC sobre los meridianos de compresión y de tracción.

De las ecuaciones anteriores se deduce la ecuación unificada de la superficie de máxima resistencia que define el PDFC, válida para hormigones de resistencia arbitraria y para un amplio espectro de estados de sollicitación, representada por

$$F = A r^2 \bar{\rho}^2 + B_c r \bar{\rho} + C \bar{\xi} - 1 = 0 \quad (6)$$

Con el objeto de determinar el valor de los coeficientes  $A$ ,  $B_c$ ,  $B_t$  y  $C$  en función de propiedades del material, se imponen cuatro condiciones, como se puede apreciar en la Fig. 3.

De esta manera, los cuatro coeficientes son obtenidos, quedan perfectamente definidos como

$$A = -\frac{3}{2} \left\{ 1 + \frac{(m - \sqrt{2})(1 - \alpha_b \alpha_t)(\alpha_b - \alpha_t)}{\alpha_b \alpha_t [(m - \sqrt{2})(\alpha_b - \alpha_t) + 3m]} \right\} \quad (7)$$

$$B_c = \sqrt{3} \left\{ \sqrt{2} + \frac{(\sqrt{2}m - 1)(1 - \alpha_b \alpha_t)(\alpha_b - \alpha_t)}{\alpha_b \alpha_t [(m - \sqrt{2})(\alpha_b - \alpha_t) + 3m]} \right\} \quad (8)$$

$$B_t = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{1 + \alpha_t^2}{\alpha_t} + \frac{[(m - \sqrt{2})\alpha_t - m](1 - \alpha_b \alpha_t)(\alpha_b - \alpha_t)}{\alpha_b \alpha_t [(m - \sqrt{2})(\alpha_b - \alpha_t) + 3m]} \right\} \quad (9)$$

$$C = \sqrt{3}m \frac{(1 - \alpha_b \alpha_t)(\alpha_b - \alpha_t)}{\alpha_b \alpha_t [(m - \sqrt{2})(\alpha_b - \alpha_t) + 3m]} \quad (10)$$

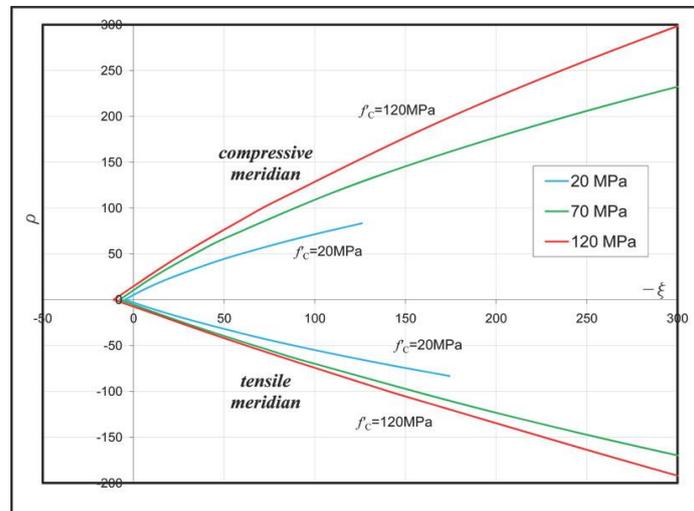


Figura 4. Predicciones con el PDFC de los meridianos de compresión y de tracción para tres hormigones de distinta resistencia a compresión.

Siendo los parámetros materiales considerados:  $f'_c$ , la relación entre la resistencia a tracción uniaxial y la de compresión  $\alpha_t = f'_t / f'_c$ , la análoga correspondiente a la resistencia biaxial de compresión  $\alpha_b = f'_b / f'_c$ , y  $m$ , la tangente al meridiano de compresión en el punto correspondiente al ensayo de compresión uniaxial,

considerado como una fricción equivalente.

Por último, para los tres últimos parámetros materiales mencionados, los cuales provienen todos de ensayos de difícil ejecución ya que no son ensayos estándar, se proponen funciones de aproximación en términos de la calidad del hormigón, es decir, en términos de  $f'_c$  y  $\beta_P$ , (Ver Folino-Etse 2011<sup>[2]</sup>). De esta manera el PDFC queda formulado tal que la superficie de máxima resistencia adapta su forma en función de la calidad del hormigón considerado.

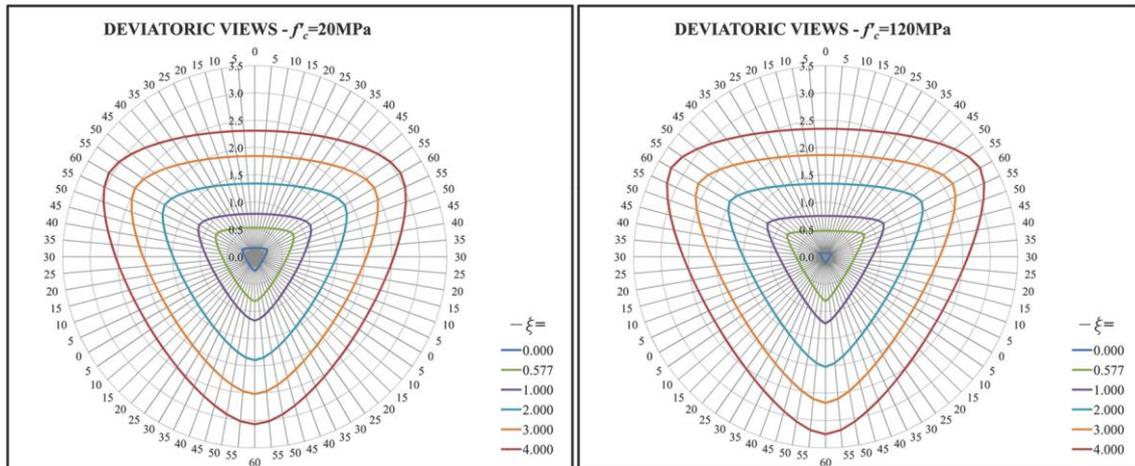


Figura 5. Predicciones con el PDFC de vistas deviatoricas para distintos niveles de confinamiento para hormigones de resistencia normal y alta.

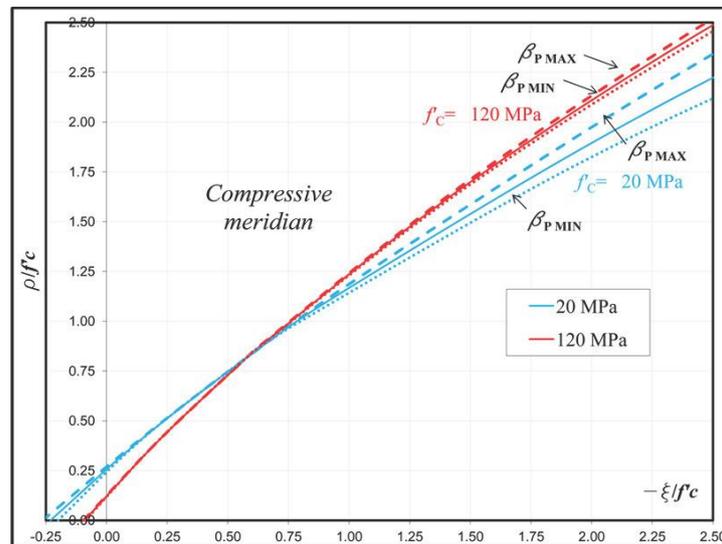


Figura 6. Predicciones con el PDFC de los meridianos de compresión de dos hormigones de distinta resistencia a compresión, y distintos valores de  $\beta_P$

En la Fig. 4 se observan las predicciones del criterio de los meridianos de compresión y de tracción para hormigones de resistencia normal, media y alta. En la

Fig. 5 se observan vistas deviatóricas para dos hormigones, uno de resistencia normal y otro de alta resistencia, considerando distintos niveles de confinamiento. Puede verse como el criterio propuesto es capaz de captar una forma más angulosa para el caso de HSC lo cual se corresponde con lo observado en base a datos experimentales sobre estos hormigones.

En la Fig. 6 se observa la incidencia del parámetro de prestación  $\lambda_p$  sobre los meridianos de compresión, mientras que en la Fig. 7 se presentan predicciones de resistencias con el PDFC para el caso de solicitaciones biaxiales sobre hormigones de distinto  $f'_c$ .

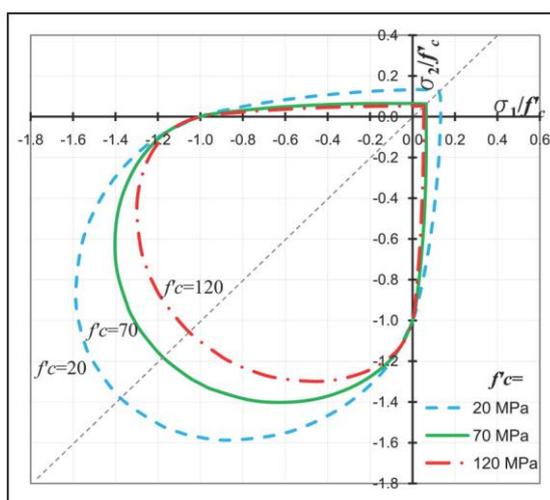


Figura 7. Predicciones con el PDFC de las tensiones pico frente a estados de sollicitación biaxiales para tres hormigones de distinta resistencia a compresión.

## Validación numérica del PDFC

En esta sección se presenta la comparación de predicciones numéricas de tensiones pico con el PDFC con valores obtenidos experimentalmente.

En la Fig. 8 se incluye el caso de solicitaciones de compresión triaxiales, para tres hormigones de baja media y alta resistencia a compresión. En este caso, los datos experimentales corresponden a tres hormigones con  $f'_c = 20, 65$  y  $119$  MPa, habiendo sido obtenidos los valores experimentales de los siguientes trabajos: Chern et al. 1992<sup>[8]</sup>, van Geel 1998<sup>[9]</sup> y Xie et al. 1995<sup>[6]</sup>. En todos los casos la relación  $w/b$  para el cálculo del parámetro de prestación fue extraída de los trabajos correspondientes.

En la Fig. 9 se incluye el caso de solicitaciones biaxiales, para tres hormigones de baja media y alta resistencia a compresión. En este caso, los datos experimentales corresponden a tres hormigones con  $f'_c = 42, 73$  y  $96$  MPa, habiendo sido obtenidos los valores experimentales del siguiente trabajo: Hussein-Marzouk 2000<sup>[10]</sup>, del cual también se obtuvo la relación  $w/b$  para el cálculo del parámetro de prestación correspondiente a cada uno de los tres casos analizados.

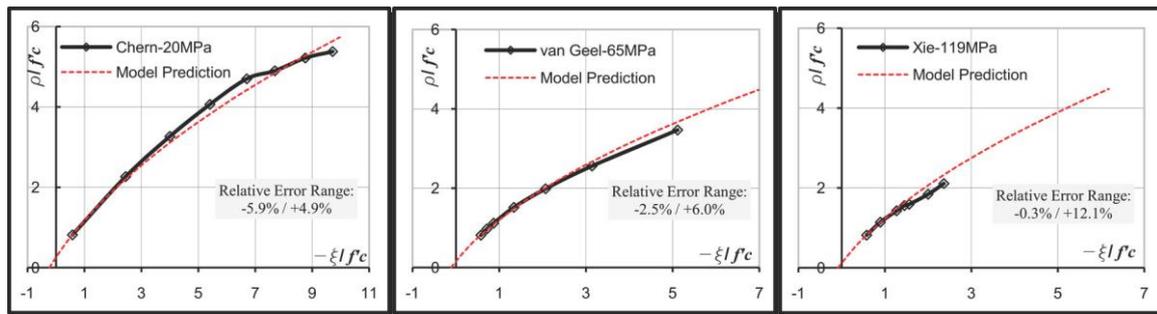


Figura 8. Validación numérica del PDFC para compresión triaxial para tres hormigones de distinta resistencia a compresión.

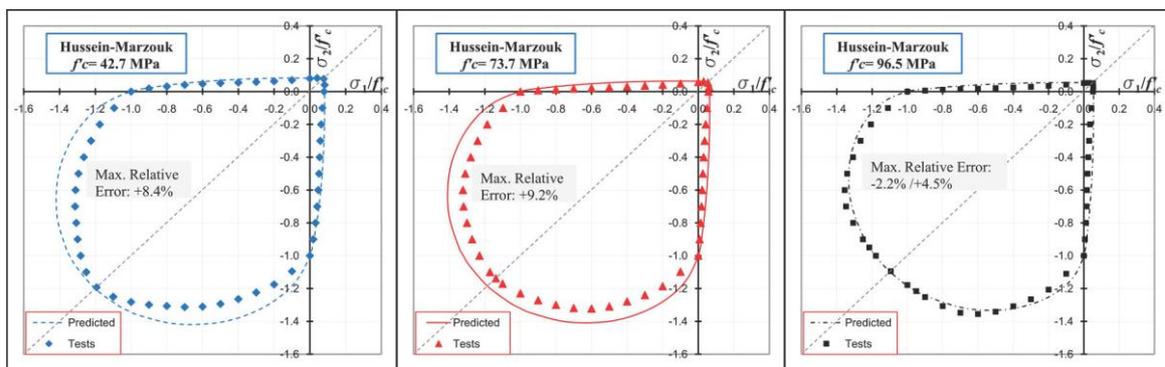


Figura 9. Validación numérica del PDFC para estados biaxiales para tres hormigones de distinta resistencia a compresión.

En las secciones anteriores se presentó el PDFC, un criterio de falla expresado en términos de las coordenadas de tensiones de Haigh Westergaard y dependiente de la calidad del hormigón, habiendo definida ésta como el par de parámetros constituido por la resistencia uniaxial a compresión y por el parámetro de prestación. De las comparaciones de resultados experimentales con predicciones numéricas basadas en el PDFC presentadas en las Fig. 8 y Fig. 9 las cuales se refieren en particular a los casos de solicitaciones bi y triaxiales, se observa que se han logrado resultados muy satisfactorios.

## DISCUSIÓN

Pero no sólo la resistencia pico del hormigón frente a distintas solicitaciones depende de la composición del hormigón.

En la extensión que se hizo de este mismo trabajo con el objeto de formular una relación constitutiva válida también para hormigones de resistencia arbitraria (Folino-Etse 2012<sup>[11]</sup>), se comprobó por ejemplo que las deformaciones tanto axiales como laterales también dependen de la calidad del hormigón: al aumentar el parámetro de prestación, las deformaciones son menores. Pero además, el tamaño máximo de agregado grueso juega un rol fundamental en la energía de fractura: a mayor

tamaño, mayor energía de fractura, tanto en modo I como en modo II. (van Mier 1997). Es decir, se concluyó que también era necesario introducir el tamaño máximo de agregado grueso y la calidad del hormigón como parámetros en las funciones internas del modelo (ley de endurecimiento, ablandamiento y no asociatividad) si se deseaba predecir con una alta precisión el comportamiento del material.

Además ciertas propiedades fundamentales del material, como por ejemplo el módulo de elasticidad del hormigón  $E$ , son evaluadas en general en función de  $f'_c$ . Sin embargo, es sabido que  $E$  no depende directamente de  $f'_c$ , siendo esta última una propiedad macromecánica del hormigón (Rashid et al. 2002), sino que en realidad  $E$  depende de las características de la pasta de cemento y del tipo de agregado grueso utilizado (Giaccio et al. 1992).

Hoy en día el ingeniero estructuralista utiliza potentes herramientas computacionales para el dimensionamiento de estructuras. Sin embargo, más allá de las formulaciones constitutivas que estos programas incluyan, difícilmente pueda predecirse el comportamiento y la capacidad portante con un buen nivel de exactitud si los parámetros de entrada poseen más de un 15% de error respecto al valor que efectivamente tendrá este parámetro en el material real.

Lo que se pretende decir es que si bien hasta ahora el estructuralista ha trabajado de manera totalmente independiente del tecnólogo de hormigón, dada la gran variedad de hormigones que hoy existen, esta manera de trabajar puede conducir a que se cometan errores de diseño si no se tienen en cuenta determinadas propiedades del material a utilizar. De acuerdo a lo mencionado en los párrafos anteriores, estas propiedades podrían sintetizarse en definir en la etapa del diseño estructural: la calidad del hormigón ( $f'_c$  y  $y_{bP}$ ), y el tipo y tamaño máximo de agregado grueso. Esto no quiere decir que el estructuralista deba invadir el área de la tecnología del hormigón ni que se haga experto en la misma, sino sólo que defina los parámetros de cálculo partiendo de acotar el tipo de material a utilizar, para lo cual probablemente el tecnólogo debiera incorporarse al proyecto en la etapa inicial, y no recién en la etapa de obra como sucede actualmente.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado el PDFC, un criterio de falla expresado en términos de las tres coordenadas de tensiones de Haigh Westergaard y dependiente de la calidad del hormigón, habiendo definida ésta como el par de parámetros constituido por la resistencia uniaxial a compresión y por el parámetro de prestación. Este último, involucra la relación agua/materiales cementicios en su definición. De las comparaciones que se presentan de resultados experimentales con predicciones numéricas basadas en el PDFC, se demuestra la buena capacidad predictiva del criterio para estimar la superficie de máxima resistencia tanto de NSC como de HSC.

Siendo la función del ingeniero estructural predecir con la mejor exactitud posible cuál será la capacidad portante de una estructura y cuál será su comportamiento durante la vida útil de la misma, el desarrollo continuo de nuevos tipos de hormigón obtenidos por modificaciones de la composición del mismo hace que cada vez sea más necesario que en el diseño de estructuras deban tenerse en cuenta al menos algunas propiedades fundamentales de dicha composición. Para alcanzar este

objetivo, es necesario una mayor integración entre las áreas de tecnología del hormigón y la ingeniería estructural. Es necesario acompañar el desarrollo tecnológico con métodos de predicción numérica de falla y de comportamiento que reconozcan la existencia de nuevos materiales involucrando nuevos parámetros si fuera necesario.

## REFERENCIAS

- [1] Folino P., Etse G., and Will A. A performance dependent failure criterion for normal and high strength concretes. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 135(12): pp. 1393–1409, 2009.
- [2] Folino P. and Etse G. Validation of the performance dependent failure criterion for concretes. *ACI Materials Journal*, 108(3): pp. 261–269, 2011.
- [3] Drucker, D., Prager, W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics* 10, pp. 157–165, 1952.
- [4] Etse, G., Willam, K. Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 120 (9), pp. 1983–2011, 1994.
- [5] Willam, K., Warnke, E. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. *Intl. Assoc. Bridge Struct. Engrg., Report* 19, Section III, Zurich, Switzerland. pp. 1–30, 1974.
- [6] Xie, J., Elwi, A., Mac Gregor, J. Mechanical properties of three high-strength concretes containing silica fume. *ACI Materials Journal* 92 (2), 135–145, 1995.
- [7] Chen, W., Han, D. *Plasticity for structural engineers*. Springer Verlag, New York, US, 1988.
- [8] Chern J., Yang H., Chen H., “Behavior of steel fiber reinforced concrete in multiaxial loading”, *ACI Materials Journal*, 89-1: 32-40, 1992.
- [9] van Geel E., “Concrete Behavior in multiaxial compression”, Doctoral Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1998.
- [10] Hussein, A., Marzouk, H., Behavior of high-strength concrete under biaxial stresses. *ACI Materials Journal* 97 (1), 27–36, 2000.
- [11] Folino, P.; Etse G.; “Performance Dependent Model for Normal and High Strength Concretes”, *International Journal of Solids and Structures*, 49 (5), 701–719, 2012.
- [12] van Mier, J., *Fracture Processes of Concrete*. CRC Press, Boca Raton, Florida, US, 1997.
- [13] Rashid, M., Mansur, M., Paramasivam, P., Correlations between mechanical properties of high-strength concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering* 14 (3), 230–238, 2002.
- [14] Giaccio, G., Rocco, C., Violini, D., Zappitelli, J., Zerbino, R., High strength concretes incorporating different coarse aggregates. *ACI Materials Journal* 89 (3), 242–246, 1992.