

DETERMINACION DE LA CAPACIDAD ULTIMA A MOMENTO FLECTOR DE SECCIONES NO RECTANGULARES DE HORMIGÓN MEDIANTE EL ANALISIS DE RELACIONES NO LINEARES DE TENSION DEFORMACION

Autor: Ing. MSc. Eduardo Gutiérrez Klinsky
Universidad Privada de Santa Cruz de la Sierra
Santa Cruz Bolivia

Resumen: El presente trabajo tiene por objetivo la determinación de la capacidad última resistente a momento flector para secciones no rectangulares armadas, pretensadas y/o postensadas, considerando la compatibilidad entre tensiones y deformaciones a través de relaciones no lineares, tanto para el acero como para el hormigón. La determinación de la resultante a compresión es realizada mediante el método de integración numérica de Simpson, siendo el momento flector resistente, obtenido a través de un proceso iterativo de balanceo de fuerzas de tracción y de compresión. En base a los resultados obtenidos se observó que el método propuesto por el reglamento AASHTO LRFD, para la determinación de la capacidad nominal a momento flector, en vigas de secciones no rectangulares, presenta algunas deficiencias con respecto a la determinación del eje neutro y del área de hormigón comprimido.

Palabras Clave: Hormigón pretensado, vigas de hormigón, puentes, análisis no lineal, momento resistente, AASHTO, AASHTO LRFD

Abstract: *This work relates to the computation of Nominal Moment Capacity for Prestressed Concrete Flanged Sections, based on non – linear stress-strain relationships, used for both the prestressing steel and concrete. Resultant compressive force is determined through the Simpson rule for numerical integration, being the moment capacity obtained by an iterative technique of tensile and compressive forces equilibrium. Results showed that both AASHTO and AASHTO LRFD provisions for flexural moment strength contain some uncertainties for determining neutral axis depth and compressive block area.*

Key words: Prestressed Concrete, concrete beams, bridges, non linear analysis, flexural moment strength, AASHTO, AASHTO LRFD

1. Introducción

Con la implementación de rutinas de cálculo en computadora, es viable hoy en día en el cálculo estructural, la representación del comportamiento de los materiales de manera más próxima a la realidad. En este trabajo se presenta un método no lineal para la determinación de la resistencia a momento flector de vigas de hormigón.

2. Capacidad Nominal a momento flector

A continuación se describe la técnica presentada por el WSDOT (Washington State Department of Transportation) e implementada en el *software* PGSplice para la determinación de la capacidad nominal a momento flector por medio del método de compatibilidad.

A causa de las relaciones no lineales de tensión deformación, se requiere una técnica iterativa, la cual se describe a continuación:

a) Determinación de las Deformaciones Iniciales

Para el pos tesado se adopta la relación:

$$\varepsilon_i = \frac{f_e}{E_p} \quad (1)$$

f_e = Tensión de tesado resultante en los tendones

E_p = Módulo elástico del acero de tesado

En este trabajo se considera que la armadura pretensada es empleada para que las dovelas que componen la viga resistan los esfuerzos ocasionados durante el transporte y ensamblaje, una vez aplicado el pos tensado a la viga, este ocasiona pérdidas en la armadura de pretensado por acortamiento elástico. De manera conservadora, se considerará en este trabajo que después de aplicado el pos tensado, la deformación en la armadura de tesado será nula, pasando esta a comportarse como armadura de acero convencional.

b) Determinación del Eje Neutro

La posición del eje neutro es desconocida, siendo por lo tanto necesario asumir una posición del mismo y determinar el estado de deformación, tensión y fuerzas resultantes en el acero y en el hormigón, si las fuerzas resultantes de tracción y compresión son iguales, entonces la sección se encuentra en equilibrio.

Para la determinación de las tensiones en el acero, se emplean las siguientes relaciones:

$$\varepsilon_{ps} = 0.003 \cdot \left(\frac{d}{c} - 1 \right) + \varepsilon_i \quad (2)$$

d: Profundidad del eje del tendón hasta la fibra más comprimida

c: Profundidad del eje neutro desde la fibra más comprimida.

ε_i Deformación inicial debido al tesado, determinada mediante la ecuación (1).

Para la determinación de la tensión resultante en cada uno de los tendones post tensados se emplea la relación:

$$f_{ps} = \varepsilon_{ps} \cdot \left[887 + \frac{27613}{\left(1 + (112.4 \cdot \varepsilon_{ps})^{7.36} \right)^{\frac{1}{7.36}}} \right] \cdot 6.8947 \quad (3)$$

En la expresión arriba se ha introducido el factor 6.8947 para obtener la tensión en MPa.

Multiplicando esta tensión por el área de armadura se obtiene la fuerza resultante de tracción en la misma.

c) Determinación de los parámetros del Hormigón

El modelo numérico propuesto por la WSDOT para el hormigón, tanto de la losa como de la viga, se presenta a continuación:

$$\frac{f_c}{f'_c} = \frac{n \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cf}}{\varepsilon'_c} \right)}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_{cf}}{\varepsilon'_c} \right)^{n-k}} \quad (4)$$

$$n = 0.8 + \frac{f'_c \cdot 145}{2500} ; \quad f'_c \text{ en MPa} \quad (5)$$

$$k = 0.67 + \frac{f'_c \cdot 145}{9000} ; \quad \text{Si: } \frac{\varepsilon_{cf}}{\varepsilon'_c} < 1, k = 1.0 \quad (6)$$

$$E_c = \frac{40000 \cdot \sqrt{f'_c \cdot 145} + 1000000}{1000} \cdot 6.895 \text{ (MPa)} \quad (7)$$

$$\varepsilon'_c = \frac{f'_c}{E_c} \cdot \frac{n}{n-1} \quad (8)$$

$$f_c = f'_c \cdot \frac{2.4 \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cf}}{\varepsilon'_c} \right)}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_{cf}}{\varepsilon'_c} \right)^{n \cdot k}} \quad (\text{MPa}) \quad (9)$$

n, k : parámetros adimensionales

E_c : Módulo elástico del hormigón

f'_c : Resistencia característica del hormigón (MPa)

f_c : Tensión media de compresión actuante en una faja de espesor finito (MPa)

d) Determinación de la fuerza resultante de Compresión

La fuerza resultante de compresión se determina mediante el proceso de integración numérica según la regla de Simpson, para esto se divide el área de viga y losa sometidos a compresión en un número de fajas de igual espesor de manera a que:

$$y = \frac{c}{i} \quad (10)$$

Donde i es el número de fajas y c la profundidad del eje neutro. Determinándose y se tiene para cada faja:

$$\varepsilon_{cf} = \frac{0.003}{c} \cdot (c - y) \quad (11)$$

Con el valor de ε_{cf} se obtiene la tensión compresiva actuante en cada faja a través de la expresión (9).

El valor de la fuerza compresiva se obtiene multiplicando la tensión actuante en cada faja por el área de la misma. Finalmente la fuerza compresiva total será la sumatoria de todas las fuerzas de compresión actuantes en las fajas.

Ejemplo Se presenta el proceso de calculo para determinar la capacidad nominal de a momento flector de una viga tipo W83PTG

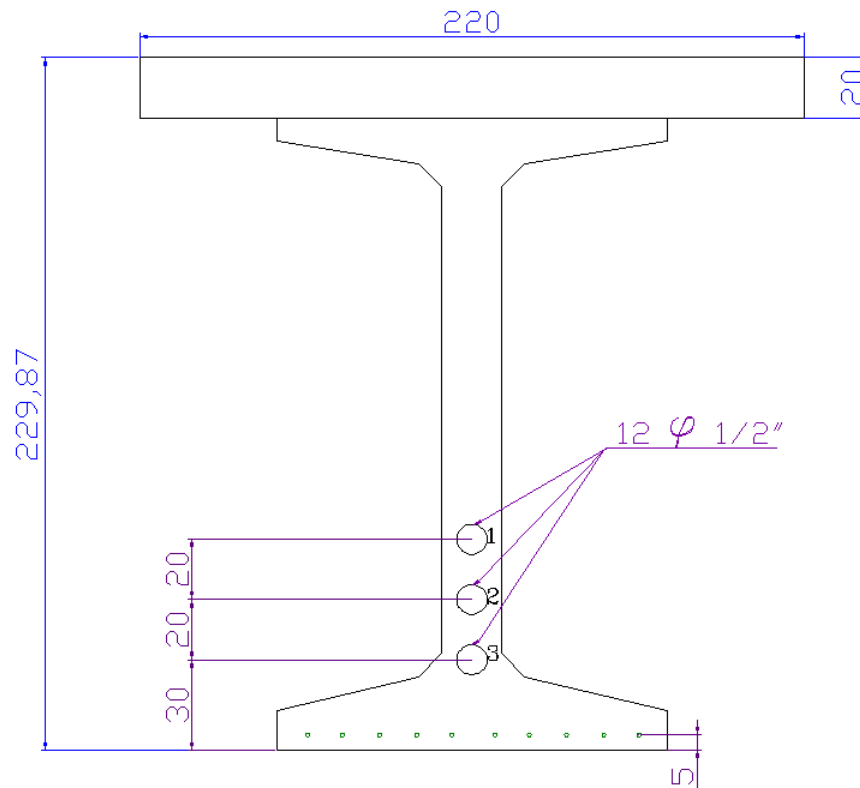


FIGURA 1 – Sección Transversal Compuesta por Viga W83PTG y losa.

$A_{ps1} = 12\phi 1/2"$ para armadura pos tensada, el área de cada cable es de 11.853 cm².

$A_{ps2} = 10\phi 1/2"$ para armadura pretensada, el área de cada torón de $1/2"$ es de 0.987 cm².

$f_c = 28(MPa)$ Resistencia característica del hormigón para la losa.

El acero para el pretensado y pos tensado considerado es el de baja relajación con $f_{pu} = 1860(MPa)$.

La fuerza de tesado aplicada para el cable 1 es de 1784.598 kN y de 1786.109 kN para los cables 2 y 3.

La tensión media f_e en los cables 1,2 y 3 después de calculadas las pérdidas instantáneas y diferidas (se considera en este trabajo la resistencia nominal a momento flector en $t = \infty$), es de 144.405 kN/cm², con este valor se determina la deformación inicial ϵ_i , tomando $E_p = 19700$ kN/cm² (AASHTO LRFD 5.4.2.2).

Con la expresión (1) se obtiene $\epsilon_i = 0.00733$

Para la determinación de la deformación ε_p en los cables es necesario asumir una posición tentativa del eje neutro. Se adoptará para este caso una profundidad de 18 cm a partir de la fibra más comprimida.

En función de la posición de cada cable y de la armadura pretensada, son determinadas las tensiones y deformaciones mediante las ecuaciones (2) y (3).

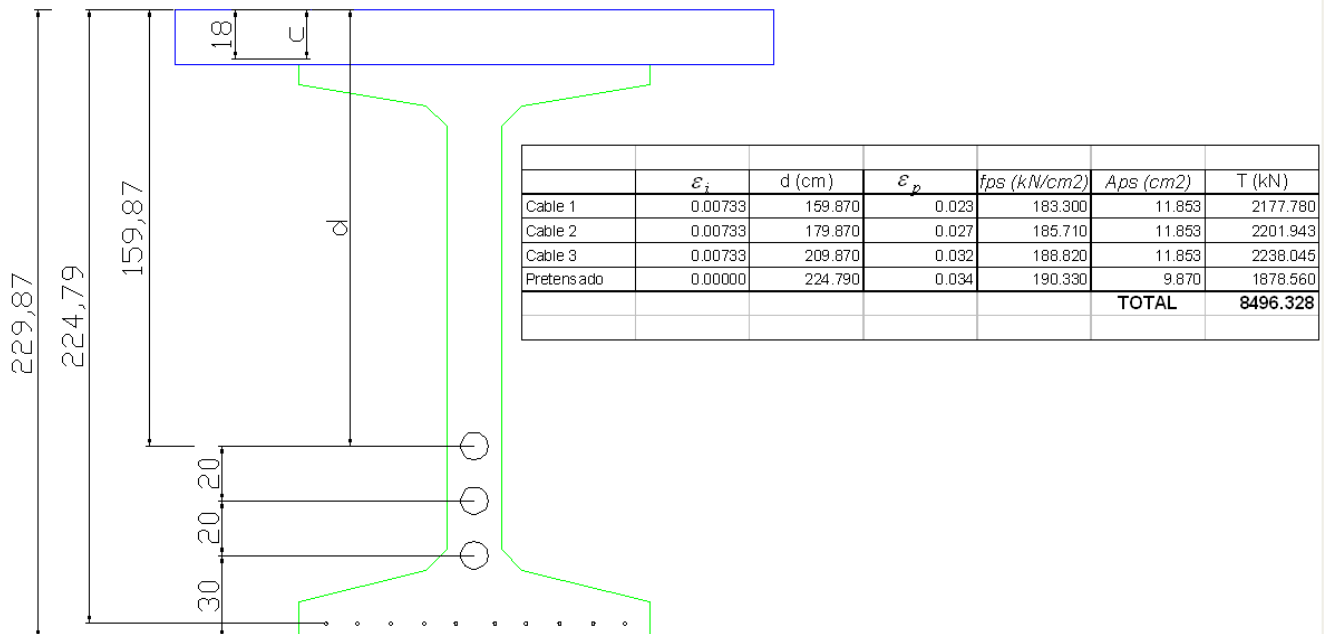


FIGURA 2. Fuerzas desarrolladas por las armaduras de Tracción.

En la figura 2 se presentan las fuerzas de tracción desarrolladas por los cables de pos tensado y la armadura de pretensado, equivalentes a una fuerza de tracción de 8496 kN.

La resultante de esta fuerza se encuentra a 5.33 cm por encima de la fibra más traccionada.

A continuación se determinará la fuerza de compresión que el hormigón es capaz de desarrollar en base al modelo constitutivo propuesto en la ecuación (4).

Para esto se dividirá el área de hormigón comprimido en 30 fajas de igual espesor, tomando en cuenta que la profundidad asumida para el eje neutro es de 18 cm, cada faja tendrá un espesor de 0.60 cm.

El ancho de losa colaborante en este trabajo se considera como siendo de 2.2 m.

Para cada faja, con y variando de 0.6 a 18 cm, se determina mediante las expresiones (4) a (9) el valor de la tensión por faja y la fuerza de compresión equivalente, en función al área de cada una de estas.

En la figura 3 se presenta el diagrama de tensiones que se desarrolla en el área comprimida, pudiéndose observar que las mayores tensiones de compresión se desarrollan a profundidades entre 6 y 8 cm a partir de la fibra superior. Efectuándose la integración de las tensiones actuantes en cada faja, mediante la regla de Simpson, se obtiene una fuerza compresiva de 8317.94 kN. Para efectos de este ejemplo se considerará que la sección se encuentra en equilibrio para la profundidad de eje neutro asumida (18 cm) ya que la diferencia con relación a la fuerza de tracción es del orden del 2%.

La resultante equivalente de esta fuerza de compresión se encuentra a 7.7 cm de la fibra superior de la losa.

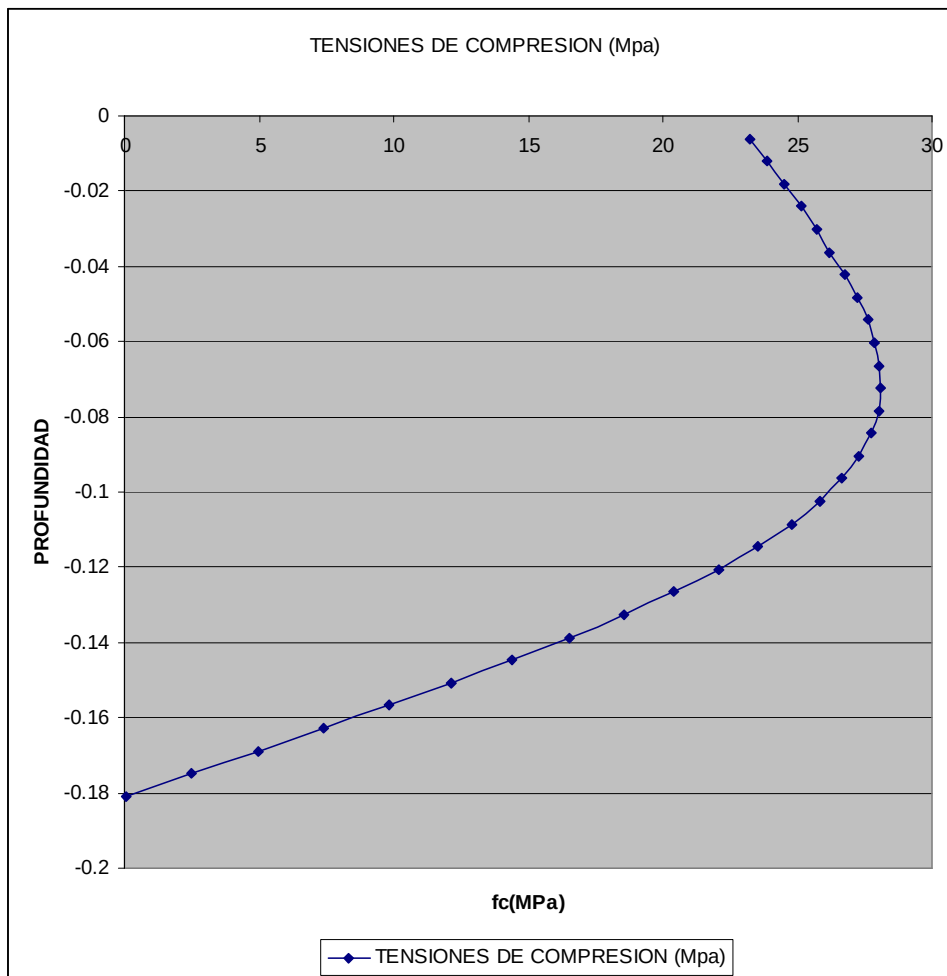


FIGURA 3 – Tensiones de Compresión desarrolladas por el área comprimida.

La resistencia de la sección a momento flector se determina mediante el producto entre las fuerzas en equilibrio y la distancia que separa las mismas, conforme ilustrado en la figura 4. El momento calculado mediante este método equivale a 15194.38 kNm.

El momento flector determinado mediante la formulación presentada en el capítulo 5 por el reglamento AASHTO LRFD, con base en la distribución rectangular de tensiones, equivale a 14781.915 kNm.

A través del “software” PGSplice desarrollado por la WSDOT se obtuvo un equilibrio de fuerzas de tracción y compresión equivalente a 8452.78 kN, y una resistencia a momento flector de 15251.08 kNm.

Conforme se puede observar en la figura 4, el eje neutro se encuentra cortando la losa de hormigón.

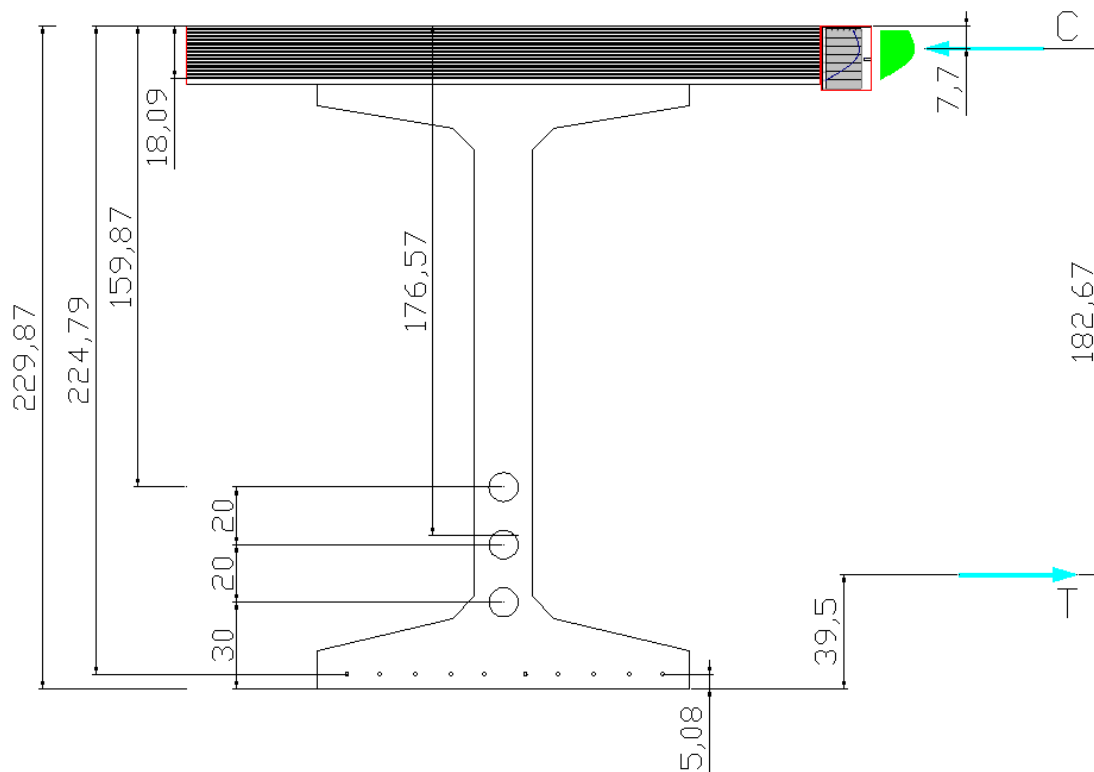


FIGURA 4. Posición de las fuerzas resultantes de tracción y compresión en la sección.

En la figura 5 se presenta la misma sección con 4 cables de 21 ϕ de $\frac{1}{2}$ " cada uno para el pos tensado y 10 ϕ $\frac{1}{2}$ " para el pretensado. Para la sección indicada en la viga, se adoptó consideró un a resistencia $f_c = 28MPa$ para la losa y $f_c = 48MPa$ para la viga.

La resistencia nominal a momento flector de esta sección, fue determinada aplicando las expresiones (1)-(11), obteniéndose una profundidad de eje neutro de 58.4 cm para la cual las fuerzas de compresión y tracción se encuentran en equilibrio.

En este caso el eje neutro corta al nivel del alma de la viga la sección analizada.

La fuerza resultante de la integración de tensiones fue de 19074 kN, con las resultantes posicionadas conforme ilustrado en la figura 6. El momento resistente calculado para este sección equivale a 29869.88 kNm.

El momento resistente determinado a través de la formulación AASHTO LRFD es de 26432.3 kNm.

En la Figura 7 se presenta el gráfico de tensiones de compresión obtenido mediante el modelo constitutivo del hormigón empleado en este trabajo, la discontinuidad de tensiones observada a la profundidad de 20 cm a partir de la superficie superior de la losa se debe a la diferencia de resistencia a compresión entre losa y viga.

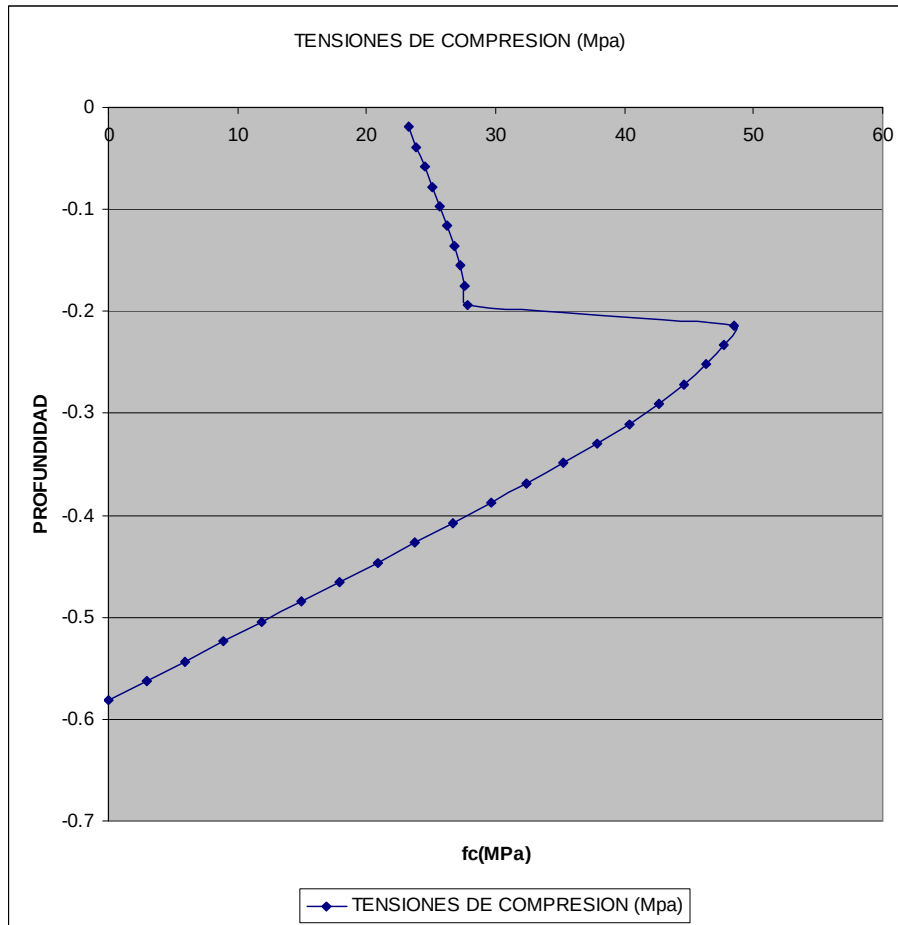


FIGURA 7. Tensiones de Compresión en el Hormigón

En la figura 8 se presenta una comparación de los valores de momento resistente a flexión, determinado para una viga W83PTG con diferentes valores de armadura. Se utilizaron para la armadura de pos tensado 4 cables dispuestos de manera idéntica a la indicada en la figura 5, siendo que el número de torones de cada cable varió de 12 a 27 $\phi 1/2"$.

La determinación del momento resistente fue realizada mediante el proceso no lineal descrito y el reglamento AASHTO – LRFD. De manera general se obtuvieron valores mayores de momento resistente mediante el método no lineal. En todos los casos analizados se cumplió la relación de vigas subarmadas

$$\frac{c}{d_e} \leq 0.42.$$

Según *Baran et. Al.*(2005) este valor inferior del momento resistente proporcionado por el método AASHTO-LRFD se debe a una incompatibilidad en la consideración de la reducción del bloque de tensiones de una profundidad c a la profundidad $a = \beta_1 \cdot c$, con $\beta < 1$, conforme indicado en el ítem 5.7.2.2 del reglamento.

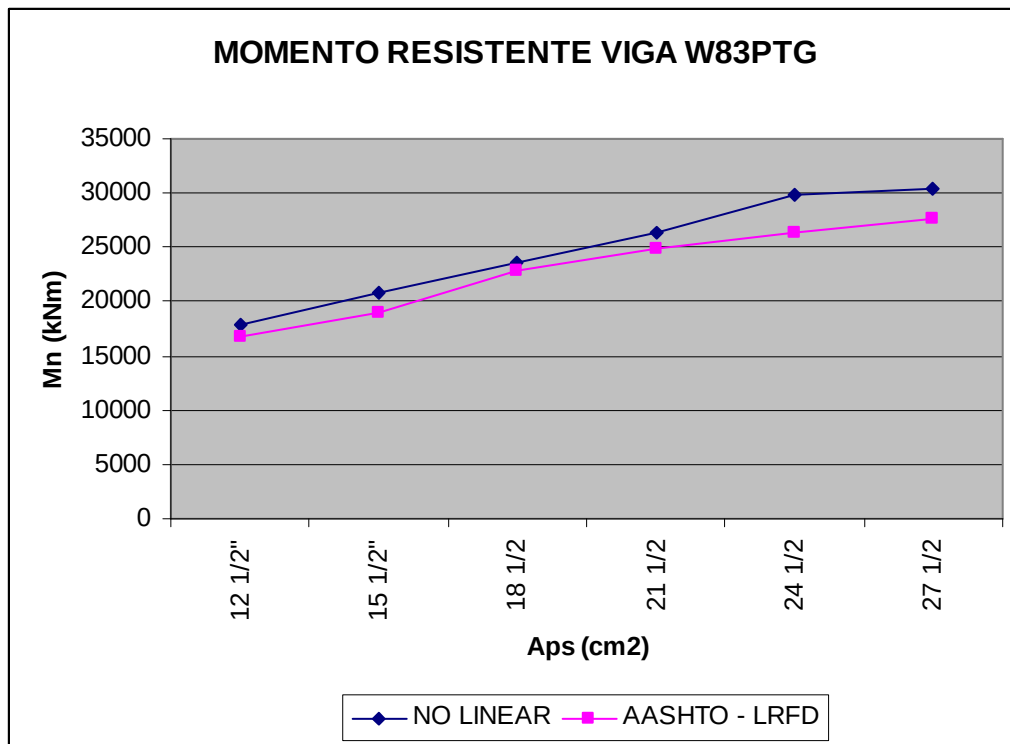


FIGURA 8. Comparación entre el modelo No Linear y el Método AASHTO LRFD.

En la Figura 9 se muestra la incompatibilidad indicada por Baran *et al* (2005), donde se puede verificar que al considerar el bloque de tensiones con distribución rectangular y profundidad $a = \beta_1 \cdot c$, existe una fracción de espesor de losa donde se desconsidera la tensión actuante en esta.

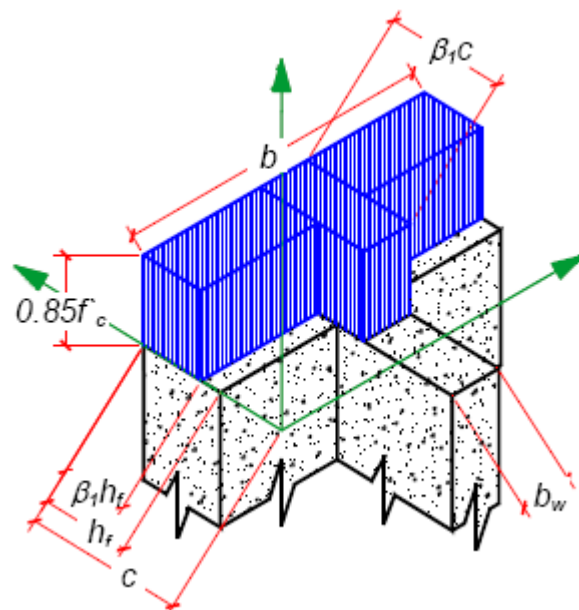


FIGURA 9. Bloque de Compresión con distribución rectangular de tensiones. AASHTO LRFD. Baran *et al* (2005).

Esto ocasiona que en el cálculo de momento resistente, mediante el método AASHTO – LRFD, se considere una resultante menor de compresión que la que el hormigón en realidad es capaz de desarrollar.

Esta situación lleva a la determinación de momento resistente a flexión inferior al momento resistente real.

CONCLUSIONES Se presenta un nuevo método para la determinación del momento resistente en secciones no rectangulares de hormigón, compuesta por la asociación de viga y losa de resistencias características diferentes.

El método presentado consiste en la consideración de un modelo constitutivo no lineal para el hormigón, consistiendo la solución del método en un proceso iterativo para obtener la posición del eje neutro.

Los resultados obtenidos fueron comparados con valores determinados mediante el método AASHTO – LRFD, verificándose que se obtienen valores mayores con el modelo no lineal.

Según la literatura existente en el tema, esta situación se debe a que la reducción de la profundidad del bloque de compresión de c a $a = \beta_1 \cdot c$ no corresponde a la distribución real de tensiones.

Es necesaria la realización de estudios experimentales para poder verificar la validez de las hipótesis presentadas en este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

AASHTO – LRFD (2002) *Bridges Design Specifications*.

BARAN E., SCHULTS A. E. , FRENCH C.E. (2005). *Evaluation and modifications of the AASHTO procedures for Flexural Strength of Prestressed Concrete Flanged Sections*. Proceedings of the 2005 Mid continent Transportation Research Symposium. Ames Iowa.

Washington State Department of Transportation. WSDOT (2008) *Spliced Girder Design Evaluation*. A companion document to PGSlice.