

LA FALLA ESTRUCTURAL

Ing. Arturo Juan Bignoli

Presidente de la Academia Nacional de Ingeniería. Ex presidente de la ANCEF. Fellow "Institution of Structural Engineers" (UK). Doctor "Honoris Causa" UNT. Prof. Honorario UBA – UNC. Prof. Emérito UCA

Resumen

Actualmente se tiene clara conciencia que la falla estructural es un evento que solo puede evaluarse holísticamente mediante un razonamiento sistémico en un escenario de pocas circunstancias inciertas, muy significativas, subjetivamente calificadas por expertos. Por ello se habla de propensión a la falla y no de coeficiente de seguridad. En este trabajo se describe cómo se llegó al modo actual de evaluar la propensión a fallar (P.F.) desde un remoto origen desconocido, anterior a la Ingeniería Estructural, que podríamos denominar **macro ingeniería estructural**, la de los grandes conceptos, a nuestra actual **micro ingeniería estructural**, la de los "elementos finitos".

Cómo se pasó, desde un punto en la estructura, a la estructura misma y todo al universo que la contiene. Se justifican los pasos dados y se hace notar que los reglamentos estructurales aún están muy detrás de la forma que hoy consideramos correcta. Se explica como de lo determinístico se pasó a través de lo probabilístico a la propensión evaluada por consenso de expertos.

Se prevé que los reglamentos deberían tender a desaparecer y exigir formación teórica y experiencia en los ingenieros y constructores que proyecten dirijan y construyan

Abstract

We are aware of structural failure being an event that can be holistically evaluated by using a systemic reasoning, in a scenario with a few uncertain circumstances which are subjectively described by experts. For that reason we use "proneness to failure" instead of "safety coefficient" or "reliability index of failure". This paper describes how we evaluate the proneness to failure (P.F.) from a remote unknown origin, previous to structural engineering that could be identified as macro-structural (the one of the great concepts), to our present micro-structural engineering of the "finite elements". How we go from a point in the structure to the structure itself and how everything goes to the universe that contains it. That change is explained in this paper while the structural regulations we consider correct nowadays are criticized. It is also explained how we went from the deterministic ways to the probabilistic one and then to the subjectively one obtaining proneness of failure evaluated by experts. It is predicted that codes should disappear as well as structures should be designed and built by engineers with enough knowledge and experience.

1. La Falla estructural es un proceso.

Según B. Turner¹ la falla estructural es un proceso que acontece con el transcurrir del tiempo que una estructura permanece expuesta, a un determinado medio ambiente, variable en el tiempo, cumpliendo las funciones para las que fue proyectada y construida.

Naturalmente, su estado puede variar y las solicitaciones a que está sometida también. Su Medio Ambiente o entorno es una parte del Universo relativamente pequeña de este (Figs. 1.a y 1.b), pero sujeta a variaciones de sus partes, aún lejanas, puesto que el universo es un sistema de “holones”², partes o subsistemas del todo, que también tienen sus partes. Es decir que un “holón” puede ser parte o todo, según convenga para el problema que se deba resolver. Las etapas de este proceso son, según Turner, las siguientes, que constituyen **situaciones**, a las que atribuimos las calificaciones literarias que se indican para cada una

- | | |
|-------------------------|---|
| a) Normalidad: | $0 < (PF) < 2$ hasta pequeña o cualquier valor aceptable para el caso. |
| b) Incubación de falla: | $2 < (PF) < 5$ de pequeña a menor que media. |
| c) Peligro de falla: | $5 < (PF) < 8$ de media a grande |
| d) Riesgo de falla: | $8 < (PF)$ mayor o igual a grande |
| e) Falla: | Cualquier calificación que se considere inaceptable para el caso, producida por una acción desencadenante (AD). |

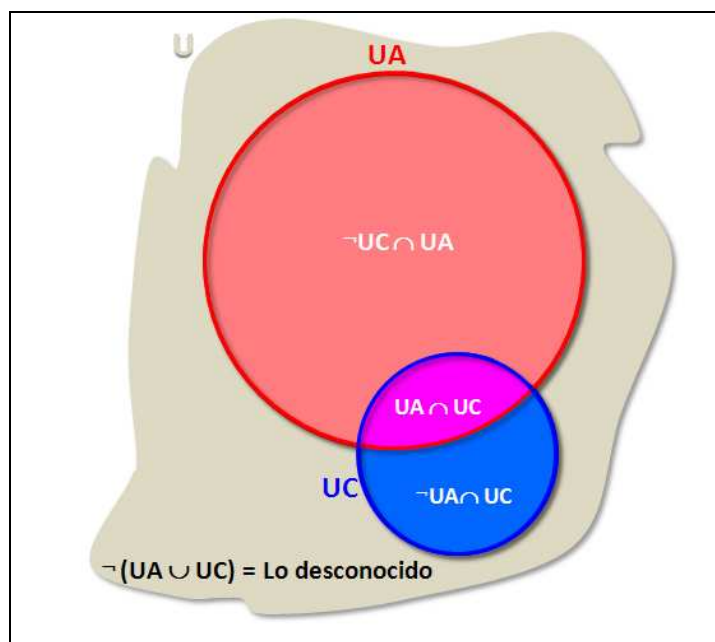


Figura 1.a - El sistema (U) y sus subsistemas (UA) y (UC)

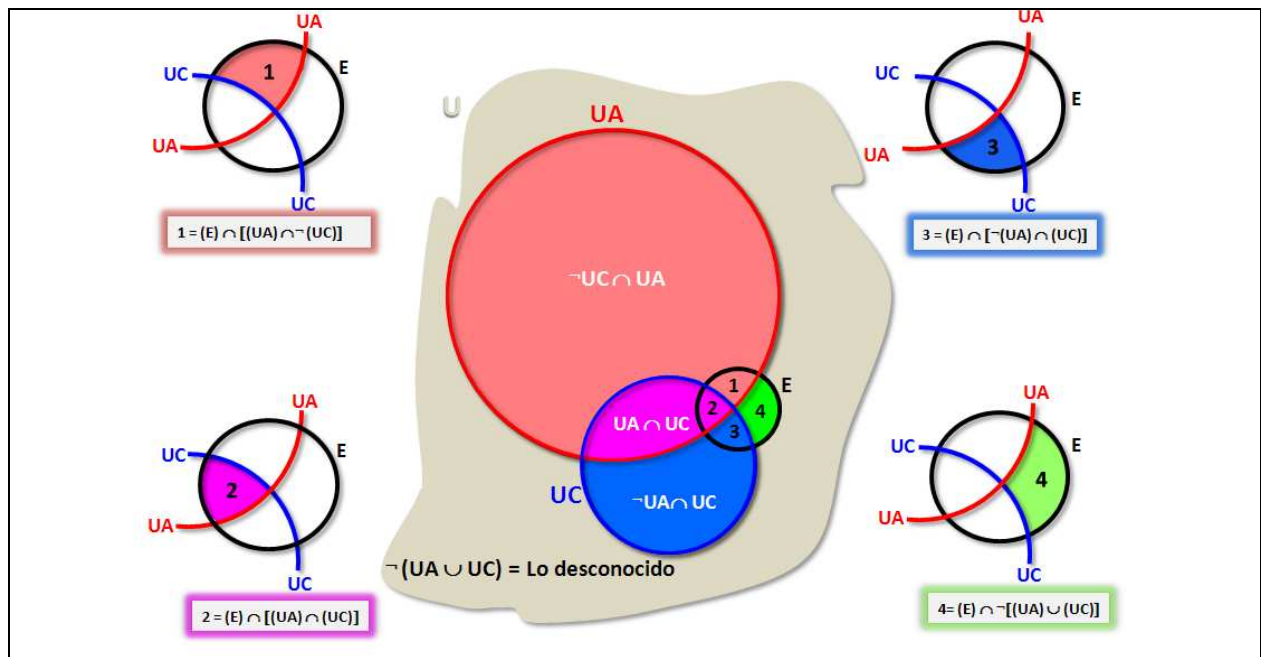


Figura 1.b - El Escenario (E)

Estas situaciones, resultan de la importancia que tengan las **circunstancias** que las constituyen y de las **incidencias** entre ellas e **influencias** sobre la Falla.

Medimos la seguridad de la estructura en un momento del tiempo, por la mediana de todas las calificaciones de (F) en ese momento, a la que llamamos propensión a fallar (PF).

Atribuyendo a cada una de las situaciones un valor límite inferior de (PF) podemos tener idea de la variación de la seguridad, que servirá al auditor para tomar decisiones sobre futuras acciones, para restituir a la estructura a la zona de normalidad, si hubiese salido de ella.

2. Como se debería evaluar la falla estructural en nuestros días.

El **universo**, es un conjunto muy numeroso de "holones" (A. Koestler) que **interactúan** entre sí e influyen sobre la **propensión** a que ocurra un **acontecimiento**. El universo es un todo y los "holones" sus partes

El acontecimiento que consideramos ahora es la "**falla de una estructura**", es decir, que ella no cumpla alguna de las funciones para las que fue creada.

Cuando los "holones" son **circunstancias**, un conjunto de ellas interactuantes, dan lugar a una **situación**, que es un **sistema** que puede hacer que la propensión a que ocurra el **acontecimiento**, si dichas circunstancias tienen la **necesaria importancia**. La **Importancia** de una circunstancia, en la producción de un acontecimiento, es la cantidad de este que ella contenga.

Por ejemplo, si el acontecimiento es resbalar sobre un piso de madera una circunstancia puede ser su lisura, y cuanto más liso mayor será la importancia de la

circunstancia lisura. Si la circunstancia fuese su rugosidad, por lo contrario, cuanto mas rugoso fuese el piso menor será la importancia de la circunstancia rugosidad.

Los "holones" que forman el Universo son muy numerosos; son todo lo que nos rodea y nosotros mismos. Todo lo que nos rodea es todo, sin excepciones: lo material, lo animal, lo vegetal, lo real, lo virtual, lo conocido y lo desconocido, lo imaginado y lo que es producto de la fantasía, lo adivinado, lo verdadero y lo falso. Estas son las partes de ese todo. Podemos calificar al universo de infinito físico, dada la gran cantidad de "holones" que contiene.

Un todo cualquiera tiene sus partes, y cada parte a su vez es un todo con sus partes, de allí la denominación de "holón" de A. Koestler (**hol-** de holos, que significa todo en griego y **-on**, sufijo que se utiliza para designar partes, como en neutrón, electrón, etc.)

El acontecimiento cuya propensión a producirse queremos evaluar tiene por lo tanto influencias de todos los "holones" del universo, que es un sistema, (principio de la mariposa). De cada uno de ellos deberíamos conocer la importancia, y las interacciones, e influencias sobre el acontecimiento que, en muchos casos, no resultan de mediciones o pruebas. Por ejemplo del peso de un objeto podemos decir que es de X pero su importancia puede ser mayor o menor, con el crecimiento del peso, según el "holón" de que se trate y el acontecimiento sobre el que influye. En el caso de la aptitud profesional, no es posible medir, si calificar por los expertos. En los casos en que puede medirse una cualidad de un "holón" de todos modos se requiere la calificación de su importancia y esta es subjetiva. La subjetividad aumenta la incertidumbre propia de una magnitud medida.

Una manera de disminuir la incertidumbre es hacer que las calificaciones sean otorgadas por expertos (tres expertos) suponiendo que lo hacen con intervalos entre calificaciones **M** (mayor) y **m** (menor). El intervalo de la calificación (**M~m**) que da cada experto es una medida de su propia incertidumbre.

El problema de tratar una gran cantidad de "holones," se resuelve eligiendo unos pocos que influyan sobre el acontecimiento directa o indirectamente y con ellos resulta un sistema que llamamos **escenario**. Los "holones" elegidos para el escenario son los que los expertos consideran que tienen mayor influencia sobre la propensión a que se produzca el acontecimiento.

El **escenario** es un subsistema del sistema **universo**, con "holones" que pueden contener informaciones sobre todo el universo, es decir, proporcionar calificaciones válidas para las influencias de los mismos sobre la falla. Se sigue así con ellos una forma aproximada de razonamiento sistémico para lograr para cada "holón" una calificación de la falla. Si se tienen cuatro "holones" en el escenario y otras tantas influencias sobre la falla, todas calificadas con intervalos ($M \sim m$) se tendrán para cada uno cuatro valores de la falla F : (MM) (Mm) (mM) (mm). Dieciséis valores F para los cuatro "holones" del Escenario.. Se obtiene luego la propensión al acontecimiento falla estructural (PF), con un proceso estadístico elemental, tomando la mediana o la moda, como valor central de los obtenidos.

Así debería evaluarse la Propensión a fallar de acuerdo con nuestro criterio. Ejemplos completos pueden verse en mi trabajo ¿La nueva Ingeniería?³ Todo lo dicho puede representarse gráficamente con un Árbol Jerárquico (A.J.) (fig.2.a) y su expresión matricial del escenario (fig.2.b)

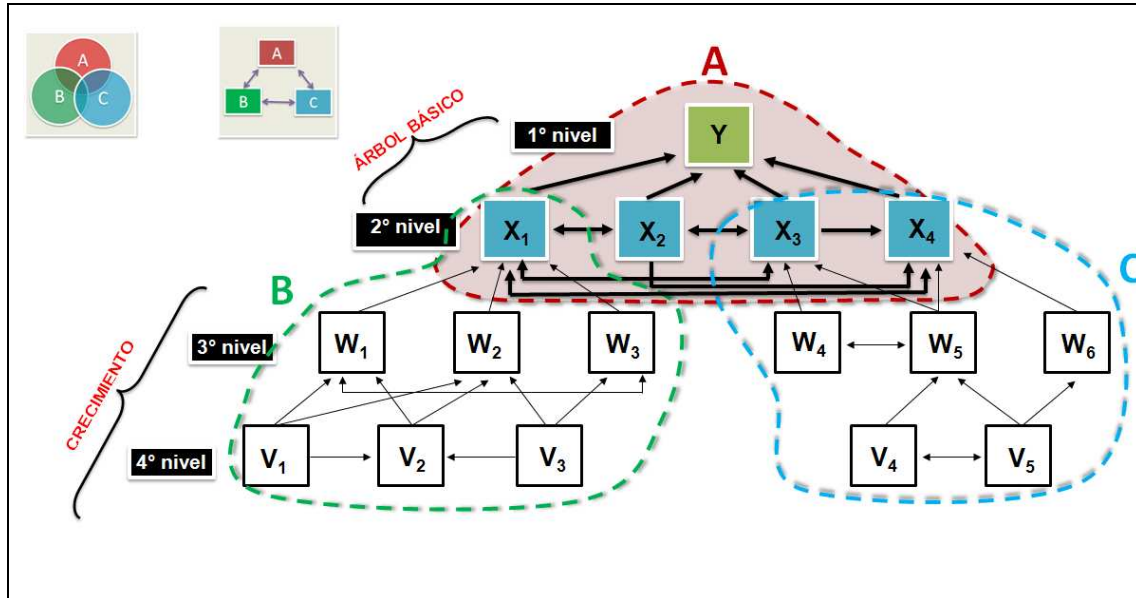


Figura 2.a – Árbol Jerárquico

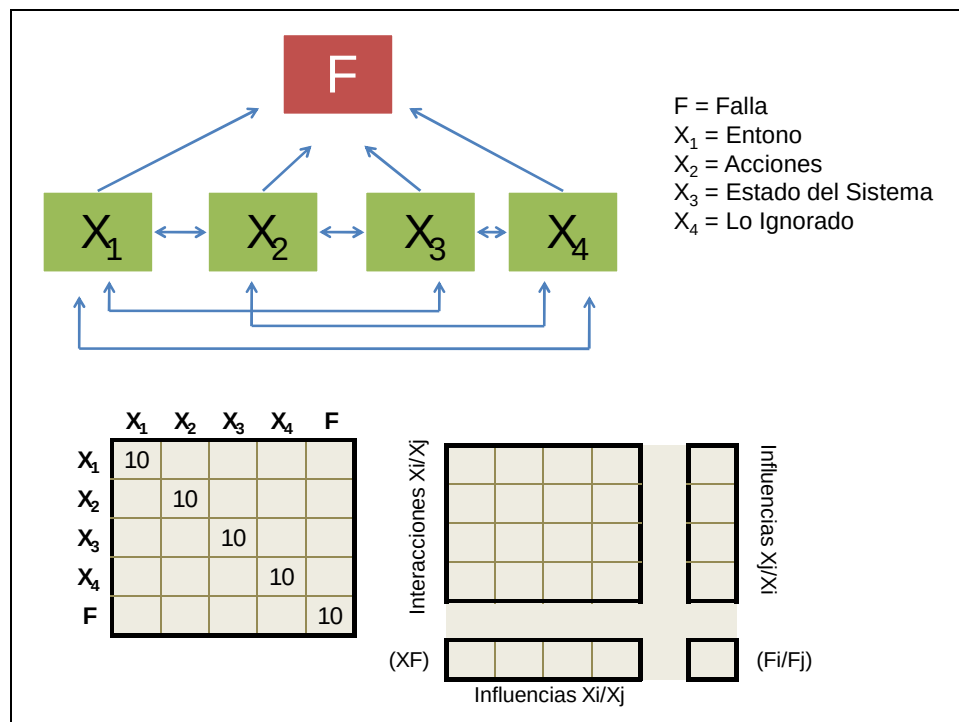


Figura 2.b – Árbol Jerárquico y SMI

3. Como se evalúa la seguridad de las estructuras en nuestros días.

Suponemos que los egipcios, los griegos y los romanos no pensaban en la falla de las estructuras que construían espontáneamente. Lo cierto es que allí están las pirámides, de los egipcios, los templos de los griegos y los acueductos y viaductos de los romanos. De todos ellos puede hablarse de edades milenarias. Pueden ser los sobrevivientes de una cantidad mucho mayor y algunas fallaron, como registra la Historia, tales como la torre de Siloé, la de Babel y otras.

Allí están las catedrales góticas y románicas, que ya tienen siglos de vida.

Sin embargo, fue sólo hace aproximadamente tres siglos, que se pudo justificar por cálculo, es decir racionalmente, que los arcos romanos de medio punto que superaban el milenio de existencia, permanecieran en pie.

¿Eran ingenieros estructurales los constructores de arcos y templos? Yo digo que sí, y allí están sus obras para justificarme. No sabían calcular pero sí pensaban, de algún modo entendían y fueron adquiriendo experiencia, creándose una tradición constructiva. Ejercían la que hoy podemos llamar: "Macro Ingeniería Estructural". La que es holística, la de los grandes conceptos, referida a todo el Universo que nos rodea y del que formamos parte. Sólo hacían proyectos conceptuales y probablemente no descendían al proyecto y menos a los detalles.

Los que ahora usan "elementos finitos" ejercen la que podemos llamar "Micro Ingeniería Estructural". Los EF sin el sustento de la Macro, es decir la de los grandes conceptos, son creadores de peligros que van camino del riesgo y la falla por indiferencia ante esos peligros que siempre acompañan a las construcciones. Crean estructuras propensas a no cumplir su vida útil prevista.

Hagamos una breve visión de la ingeniería estructural, a partir de la idea de evaluar la seguridad de las mismas, anteponiendo una glosa de unas palabras de Matousek:

"La seguridad estructural es un tema demasiado importante para evaluarla con un número".

Así van apareciendo, después de ese largo tiempo de ingeniería espontánea, tradicional, sin ciencia, los primeros valores numéricos para evaluar la seguridad..

3.1. El "coeficiente de seguridad" como relación entre resistencia R y sollicitación S.

$$\gamma = R/S \geq \gamma_{\text{admisible}} > 1 \quad (1)$$

El escenario al que nos referíamos en los párrafos 1 y 2 es, en este planteo, la estructura misma, aún sin fundaciones ni el terreno para sustentarla. R y S son la resistencia y la sollicitación en cualquier parte de la estructura, a las que se atribuyen valores tradicionalmente aceptados, pero muy inciertos.

¿Qué explica la presencia de $\gamma_{\text{admisible}}$ en la expresión anterior? La incertidumbre en la calificación de R y de S. Podría usarse una expresión más afinada para el caso

que los valores de R y S tuvieran diferentes incertidumbres, con la expresión conceptualmente equivalente que sigue:

$$\frac{R}{\gamma_S} \geq \gamma_{\text{admisible}} \quad (2)$$

γ_R sería coeficiente de minoración de resistencias y γ_S de mayoración de solicitaciones.

De aquí, para llegar a los coeficientes parciales o al método LRFD aún utilizados en nuestros días, hay un paso pequeño, más formal que conceptual.

El empleo del coeficiente de seguridad (total o parcial), de mayoración o minoración, pone en evidencia el haber apreciado la existencia de incertidumbres en el ánimo de proyectistas y constructores e intenta cubrir las que afectan a los valores de R y S y son adjudicados subjetivamente o por tradición. Estos tienen su única justificación en la experiencia. Los que tienen experiencia son los expertos. El consenso de los expertos es objetivo, vence la subjetividad pero conserva la incertidumbre, aunque disminuida.

En los reglamentos en cambio, se pretende cubrir la incertidumbre con coeficientes de seguridad. Así resulta para ellos que $(\gamma_B \cdot S)$ es la sollicitación verdadera y (R/γ_R) la resistencia verdadera, con las que puede calcularse. A pesar de considerarlas verdaderas son inciertas.

El coeficiente de seguridad debe superar el valor mínimo admisible del mismo, en cualquier lugar de la estructura, lo que equivale a decir que si en un solo lugar de la misma, esto no ocurre, la misma estaría en estado de falla.

La experiencia adquirida en la realidad de las construcciones y la comprobación por cálculo, que estructuras con coeficientes de seguridad inferiores al admisible soportan airoosamente acciones mas severas que las indicadas por los Reglamentos y por otra parte, algunos colapsos, totales o parciales, ocurridos en estructuras cuyos coeficientes de seguridad reglamentarios, superaban ampliamente los valores mínimos establecidos, aún bajo cargas mayores que las normales, llevaron a pensar que el coeficiente de seguridad, así adoptado no es una buena medida de la seguridad de una estructura

3.2. El índice de confiabilidad (β) y la Propensión a fallar (PF).

Aproximadamente a mediados del siglo XX aparecieron los aviones a retropropulsión. Al no tener hélice, originaron en el público, un fuerte sentimiento de inseguridad, puesto que la hélice era y sigue siendo el símbolo de todo lo que vuela, desde la aparición de los primeros aviones. Esta inseguridad, o incertidumbre respecto de que realmente pudieran volar, afectó a la humanidad toda. La caída de los primeros Comet, pese a que antes aviones de combate a retropropulsión habían volado con éxito, hizo necesario que los ingenieros tuvieran que reconocer la existencia de la incertidumbre y a la vez a combatirla.

Del mismo modo, en los mismos tiempos, la aparición de las centrales nucleares para generar energía eléctrica, precedidas por las masacres con bombas atómicas en Hiroshima y Nagasaki crearon un temor hacia ese tipo de energía, que aún hoy subsiste y que también tuvieron que salir a combatir, ingenieros, físicos y matemáticos.

A criterio del que esto escribe, se identificó erróneamente, incertidumbre con dispersión estadística y se lanzó la Teoría de la Confiabilidad, elegante planteo matemático, solo vinculado a la realidad por la identificación antes mencionada. Con esta teoría, podían llegar a obtenerse valores para la Probabilidad de falla, imposibles de pensar, como uno en un millón, que para el hombre común es cero. Era tal vez lo que se pretendía.

A. Freudenthal publicó artículos importantísimos sobre la aplicación de la Teoría de la Confiabilidad a las estructuras civiles, seguidos de numerosas publicaciones, que aún continúa en nuestros días.

En los mismos tiempos, K. Popper propuso sustituir el termino “probabilidad” por “propensión” y Alfred Pugsley⁴, profesor en la Universidad de Bristol (UK) propuso al tratar de fallas estructurales, emplear “Propensión a fallar” (PF) en vez de “Probabilidad de Falla” (PF).

Además A. Pugsley, reconoció la incertidumbre de las importancias de las circunstancias que debían calificarse, proponiendo tres calificaciones P, M, G y con una simple matriz de interacciones entre dichas circunstancias, obtener en la misma una zona “segura” y una de “falla”.

Sugirió tomar en cuenta tres o cuatro circunstancias, capaces de dar información sobre todo el universo, si se calificaban correctamente sus importancias.

D.I. Blockley, A. Bernardini y el que escribe, trabajamos en esa línea de pensamiento, utilizando inicialmente Conjuntos Borrosos (Fuzzy Sets) para calificar importancias e incidencias.

4. Conclusiones

a) La propensión a la falla (PF) de una estructura en un momento dado, es el fin de un proceso que se puede seguir con un razonamiento sistémico aproximado en un escenario que contenga cuatro circunstancias inciertas, interactivas, calificadas por expertos, literariamente, por intervalos y que con determinadas importancias formen una situación que influya sobre la circunstancia Falla (F) que toma cierta importancia.³

b) Como consecuencia de calificar con intervalos M (mayor) y m (menor) las influencias de las incidencias de las cuatro circunstancias entre si y de las cuatro influencias sobre (F) se tienen 16 valores de (F), cuya mediana: $Ma(F)$ o la Moda $Mo(F)$ se adopta como calificación de (PF), teniéndose además $máx. (F)$ y $min.(F)$ ³.

c) Obtenido (PF) en diferentes tiempos puede construirse un diagrama [(PF);t] útil para tareas de auditoria⁵. Se muestra un ejemplo práctico en el ejemplo que va agregado como Anexo.

REFERENCIAS

1. Turner, B. 1997. *Man-Made Disasters*. Ed. Butterworth-Heinemann.
2. Koestler. A. 1967. *The Ghost in the machine*. Ed. Penguin Arkana.
3. Bignoli, A., *¿La Nueva Ingeniería?* XXXIII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. Santiago de Chile, 26-30 de mayo de 2008
4. Pugsley A. 1973. *The prediction of proneness to structural accidents*. The structural Engineer Vol 51, N° 6. p. 195
5. Bignoli, A.1992. *La seguridad en las construcciones*. Buenos Aires, Inst. de Seguridad, U. Austral.

ANEXO

Para mejor comprensión de lo expuesto, se da un ejemplo simple, de seguimiento del comportamiento de una estructura, con vida útil prevista en 50 años. Se evalúa para ello su (PF) en cuatro oportunidades:

1ra. Al cumplirse un año de su puesta en servicio, suponiendo que este lapso es el cumplimiento de una garantía.

Los Expertos convocados obtienen una calificación (PF)=1.43, menor que “pequeño”= 2, que era el valor esperado, siendo la mayor admisible (PF)=4 ; “menor que mediano” . Ver tabla 1. Puede calcularse un “coeficiente de seguridad” (CS)=4.00/1.43= 2.80.

Tabla 1 - Escala de calificaciones

Calificación Lingüística	Símbolo	Signo numérico
Mucho menor que pequeña	- - p	0
Menor que pequeña	- p	1
Pequeña	p	2
Mayor que pequeña	+ p	3
Menor que mediana	- m	4
Mediana	m	5
Mayor que mediana	+ m	6
Menor que grande	- g	7
Grande	g	8
Mayor que grande	+ g	9
Mucho mayor que grande	+ + g	10

Luego, el plan de seguimiento consiste en realizar una auditoria cada cinco años, evaluando en cada oportunidad la calificación de (PF), para lo cual se convoca a un grupo de tres expertos (los mismos convocados antes, que llegan a un consenso en la calificación de la importancia (“contenido” del acontecimiento (F)) de las cuatro circunstancias que conforman el escenario, de sus interacciones y de sus influencias sobre (F).

2da. Al cumplirse el quinto año desde la puesta en servicio.

Se supone en este ejemplo que los expertos encuentran una situación diferente, es decir diferentes interacciones e influencias entre las mismas circunstancias que forman el escenario (ver Tabla I a, segundo renglón).

Se lee allí (PF)=3.70 y resulta (CS)=4.00/3.70=1.08, valor tradicionalmente inaceptable.

Los expertos observan una situación claramente desfavorable, que atribuyen a una variación de la situación por algún acontecimiento ignorado e indican reparaciones y refuerzos. Es interesante observar que no se requiere conocer cual fue ese

acontecimiento, pero sí la variación de la situación que refleja el escenario, la que debe haber tenido alguna expresión externa para requerir el llamado a los expertos.

3ra. Dos años después, terminadas las reparaciones y refuerzos, se vuelve a convocar a los expertos, se repiten las actuaciones anteriores con los resultados que indica el tercer renglón de la Tabla 1a: (PF)=1.71, (menor que “pequeño” de Tabla II) y algo mayor que el inicial, del que se obtiene (CS)=4.00/1.71=2.34.

A partir de allí debería realizarse una auditoria cada cinco años. Tomando un período final de seis años y suponiendo que (PF) sólo aumenta por el normal deterioro que provoca el paso del tiempo, pese a la realización de los debidos trabajos de mantenimiento, los expertos llegarían a valores algo mayores de (PF) y menores de (CS).

Leemos así en el cuarto renglón de la Tabla 1a: (PF)=2.50 (algo mayor que “pequeño”) del que resulta, para el termino de la vida útil de 50 años (CS)=4.00/2.50=1.60.

Tabla 1.a

CASO	(P.F.)	Mo(F)	$\Sigma X/4$		F		(CS) F(máx) = 1
			M	m	M	m	
1 año	1.43	2	2.50	1.50	3	1	2.80
5 años	3.70	3	7.50	3.00	8	2	1.08
7 años	1.71	2	3.50	1.50	4	1	2.34
50 años	2.50	2	5.50	3.50	10	1	1.60

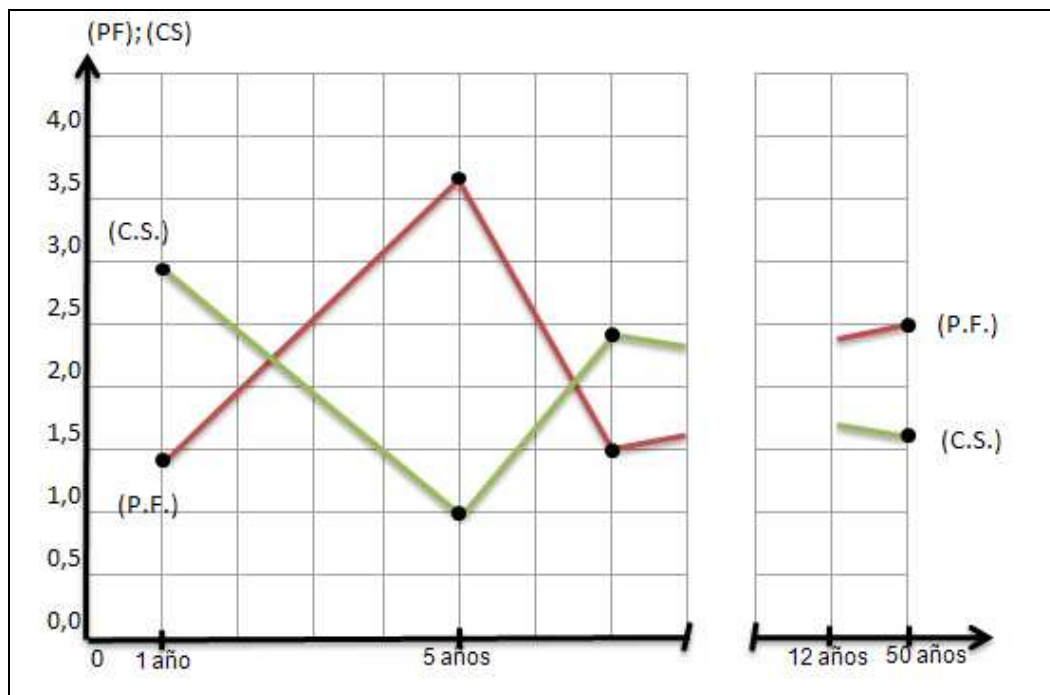


Figura 3 – Diagramas [(P.F.); t] y [(C.S.); t]

4ta. Se consideran a continuación algunos casos extremos.

Los resultados se agrupan en Tabla 1.b. Cada caso particular aparece en las figuras 4 a 11.

Pésimo 1ro: con las calificaciones de importancia de las X y de sus influencias sobre (F) consideradas al termino de la vida útil, se tiene: (PF)=3.70 (CS)=1.08 si la matriz de interacciones tiene todos sus elementos calificados con 10.

Pésimo 2do: como el anterior, pero con las calificaciones de todas las importancias iguales a 10, se tiene: (PF)=9 (mayor que grande según Tabla II), se obtiene (CS)=4.00/9.00=0.41 (menor que menos que pequeño).

Óptimo 1ro: como pésimo 1ro, pero transformando los 10 en 0, la matriz de interacciones se transforma en diagonal y se obtiene (PF)=2.50 y con el, calculamos (CS)=4.00/2.50=1.60

Óptimo 2do: Con cualquier grupo de importancias de X (elegimos las del final de la vida útil) y matrices de influencia vacías, resulta (PF)=0 por lo tanto (CS) infinito. Cualquier situación no influye sobre (F) y por lo tanto el sistema no puede fallar. Se entiende que es un caso límite imposible en la realidad.

Tabla 1.b

CASO	(P.F.)	Mo(F)	$\Sigma X/4$		F		(CS)
			M	m	M	m	
Pésimo 1º	3.70	3 a 6	5.50	3.50	10	3	1.08
Pésimo 2º	9	9	10	10	10	8	0.41
Óptimo 1º	2.50	2 a 3	5.50	3.50	10	1	1.60
Óptimo 2º	0	0	5.50	3.50	0	0	∞

Entre óptimo 1ro. y pésimo 1ro. debería estar cualquier valor de (PF), con las condiciones con que el sistema estructural llega al termino de su vida útil.

$$3.70 > (PF) > 2.50$$

Si se alteran las interacciones (Pésimo 2do.) puede llegarse a situaciones peores, fuera de los límites anteriores.

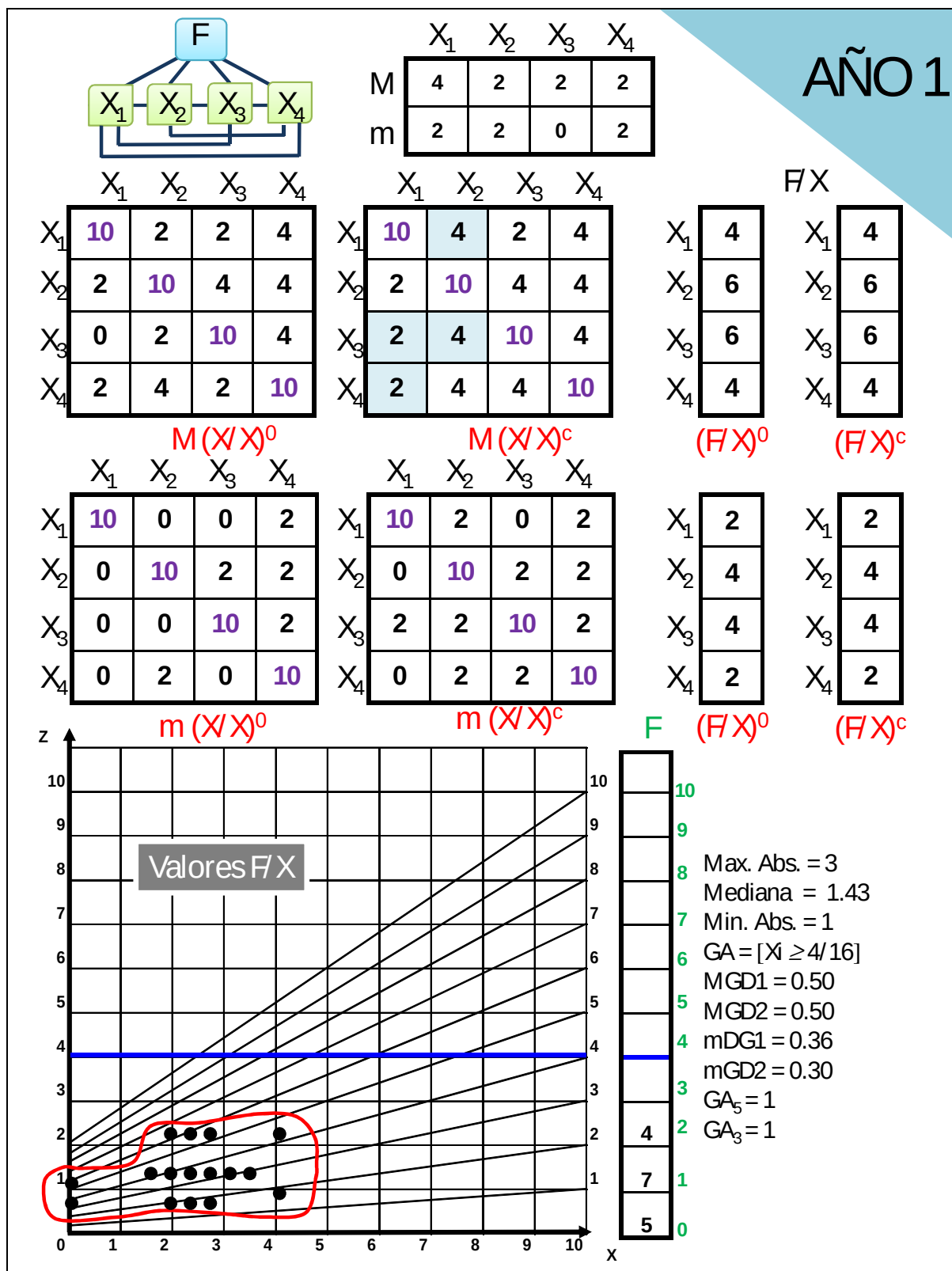
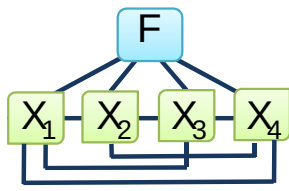


Figura 4

AÑO 5



	X_1	X_2	X_3	X_4
M	4	10	8	4
m	2	8	6	2

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	6	4	6
X_2	4	10	6	6
X_3	4	6	10	6
X_4	4	6	6	10

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	6	6	6
X_2	4	10	6	6
X_3	4	6	10	6
X_4	4	6	6	10

X_1	4
X_2	8
X_3	6
X_4	4

X_1	6
X_2	8
X_3	6
X_4	6

$M(X/X)^0$

$M(X/X)^c$

$(F/X)^0$

$(F/X)^c$

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	4	2	4
X_2	2	10	4	4
X_3	2	4	10	4
X_4	2	4	4	10

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	4	4	4
X_2	2	10	4	4
X_3	2	4	10	4
X_4	2	4	4	10

X_1	2
X_2	6
X_3	4
X_4	2

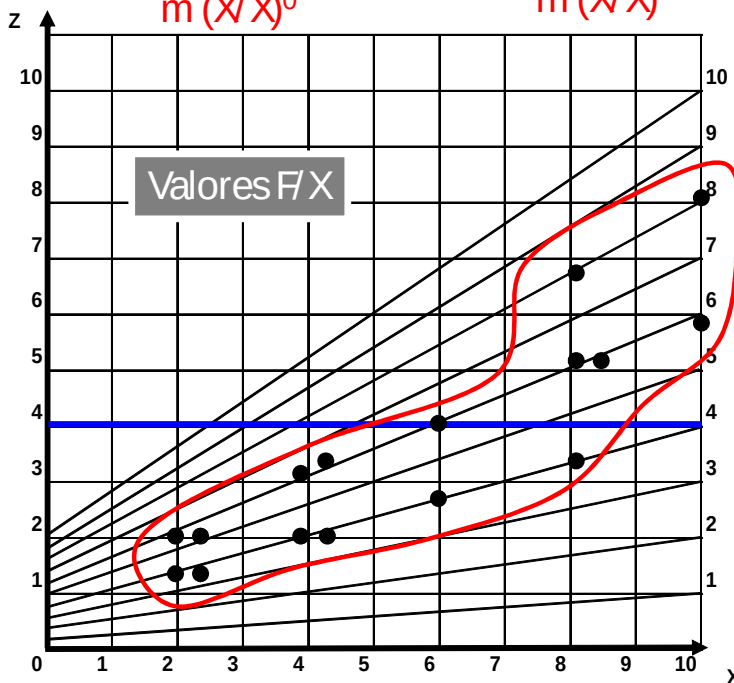
X_1	4
X_2	6
X_3	4
X_4	4

$m(X/X)^0$

$m(X/X)^c$

F $(F/X)^0$

$(F/X)^c$



10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0

Max. Abs. = 8
 Mediana = 3.75
 Min. Abs. = 2
 GA = $[X_i \geq 4/16]$
 Moda = 3
 MGD1 =
 MGD2 =
 mDG1 =
 mGD2 =
 GA₅ =
 GA₃ =

Figura 5

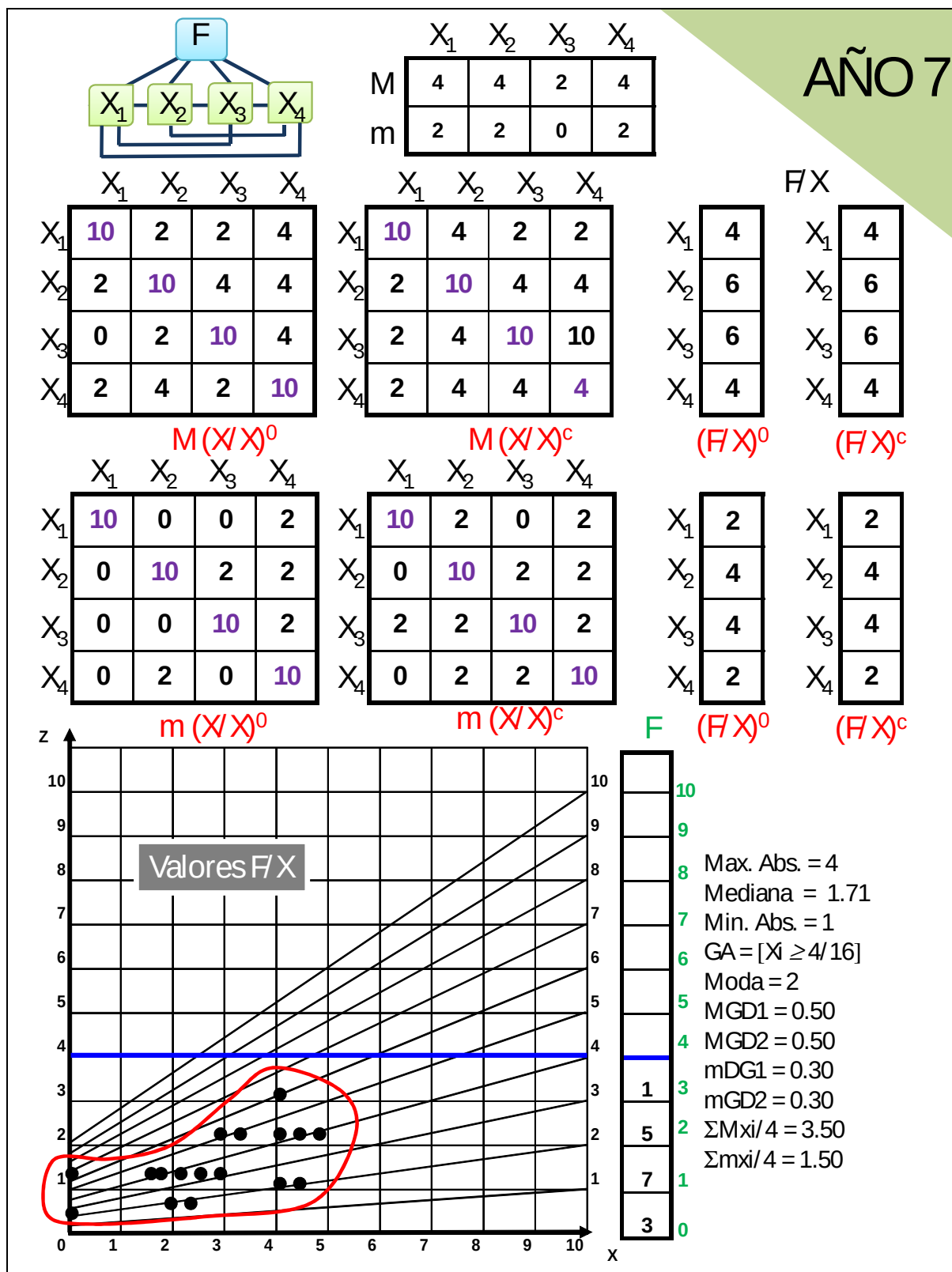


Figura 6

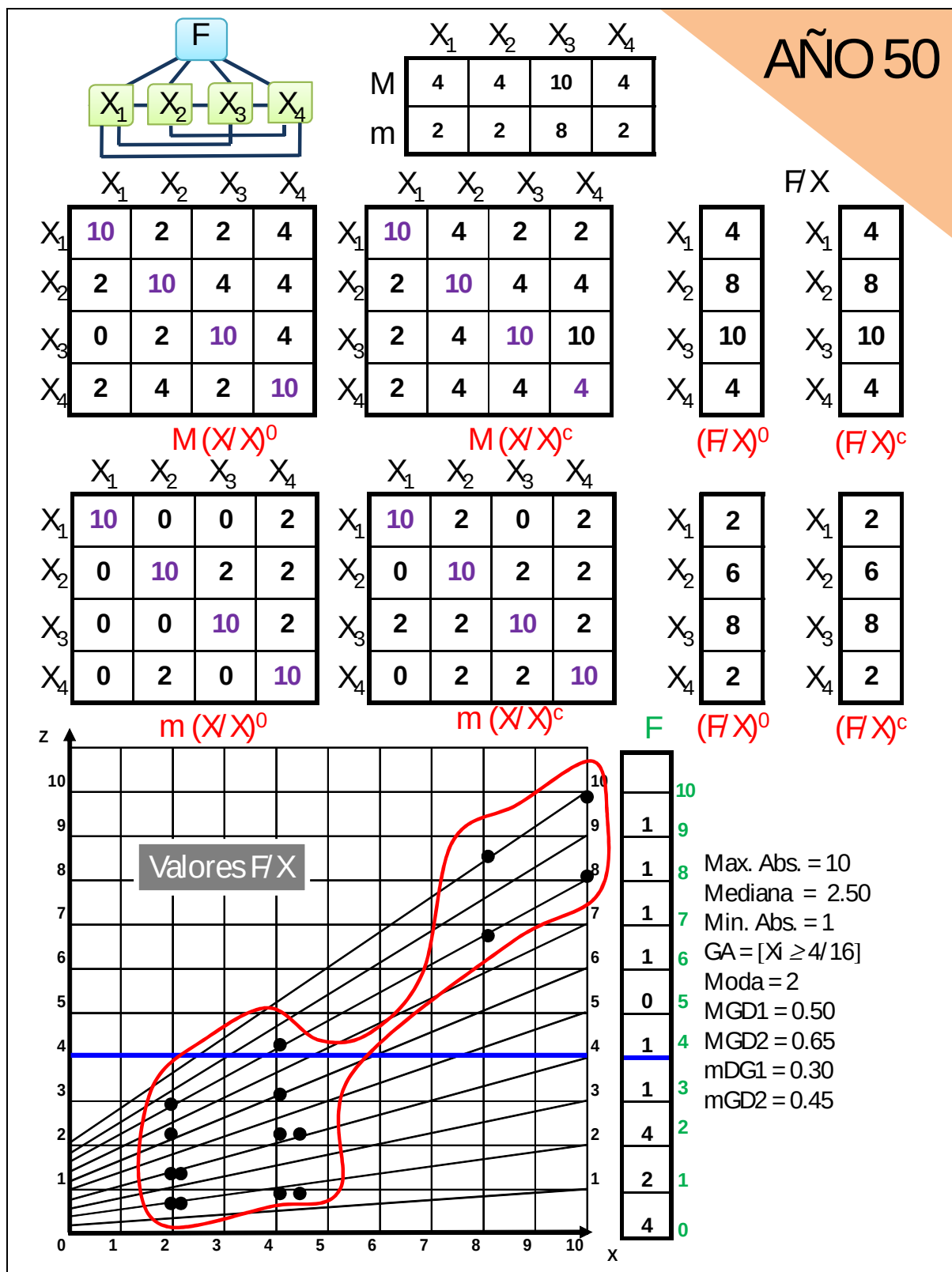


Figura 7

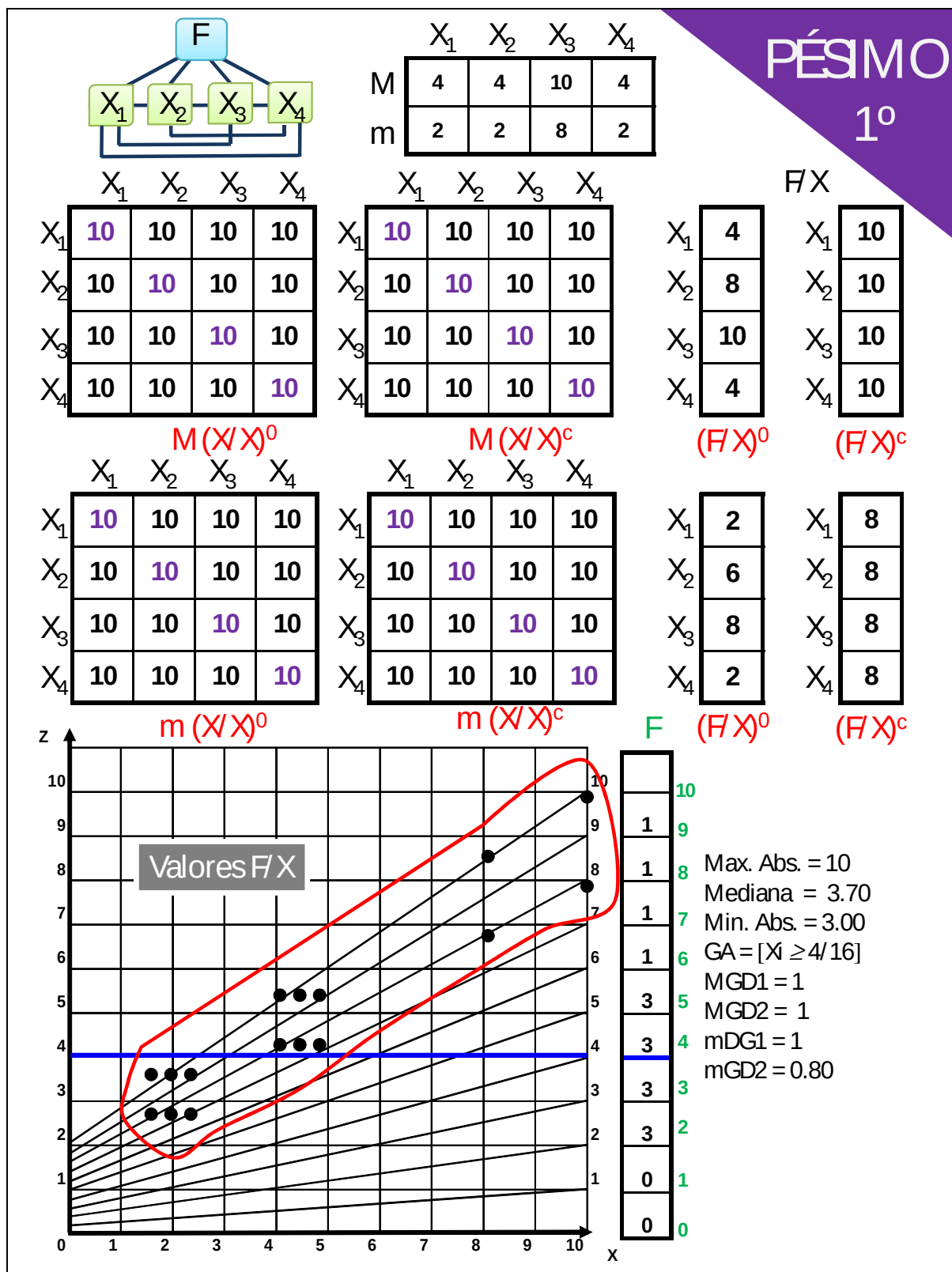
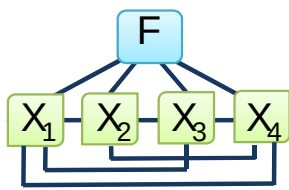


Figura 8



	X_1	X_2	X_3	X_4
M	10	10	10	10
m	10	10	10	10

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	10	10	10
X_2	10	10	10	10
X_3	10	10	10	10
X_4	10	10	10	10

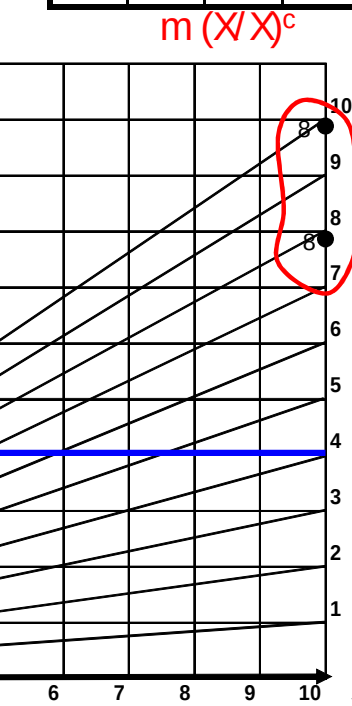
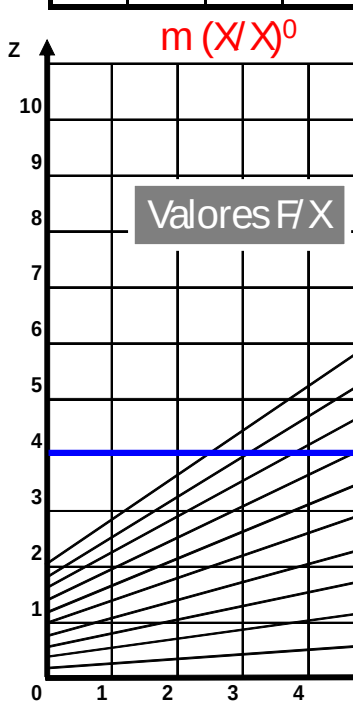
	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	10	10	10
X_2	10	10	10	10
X_3	10	10	10	10
X_4	10	10	10	10

F/X	
X_1	4
X_2	8
X_3	10
X_4	4

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	10	10	10
X_2	10	10	10	10
X_3	10	10	10	10
X_4	10	10	10	10

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	10	10	10	10
X_2	10	10	10	10
X_3	10	10	10	10
X_4	10	10	10	10

$(F/X)^0$	
X_1	2
X_2	6
X_3	8
X_4	2



$(F/X)^c$	
X_1	8
X_2	8
X_3	8
X_4	8

Max. Abs. = 10
 Mediana = 9
 Min. Abs. = 8
 GA = $[X_i \geq 4/16]$
 Moda (9; 10)

Figura 9

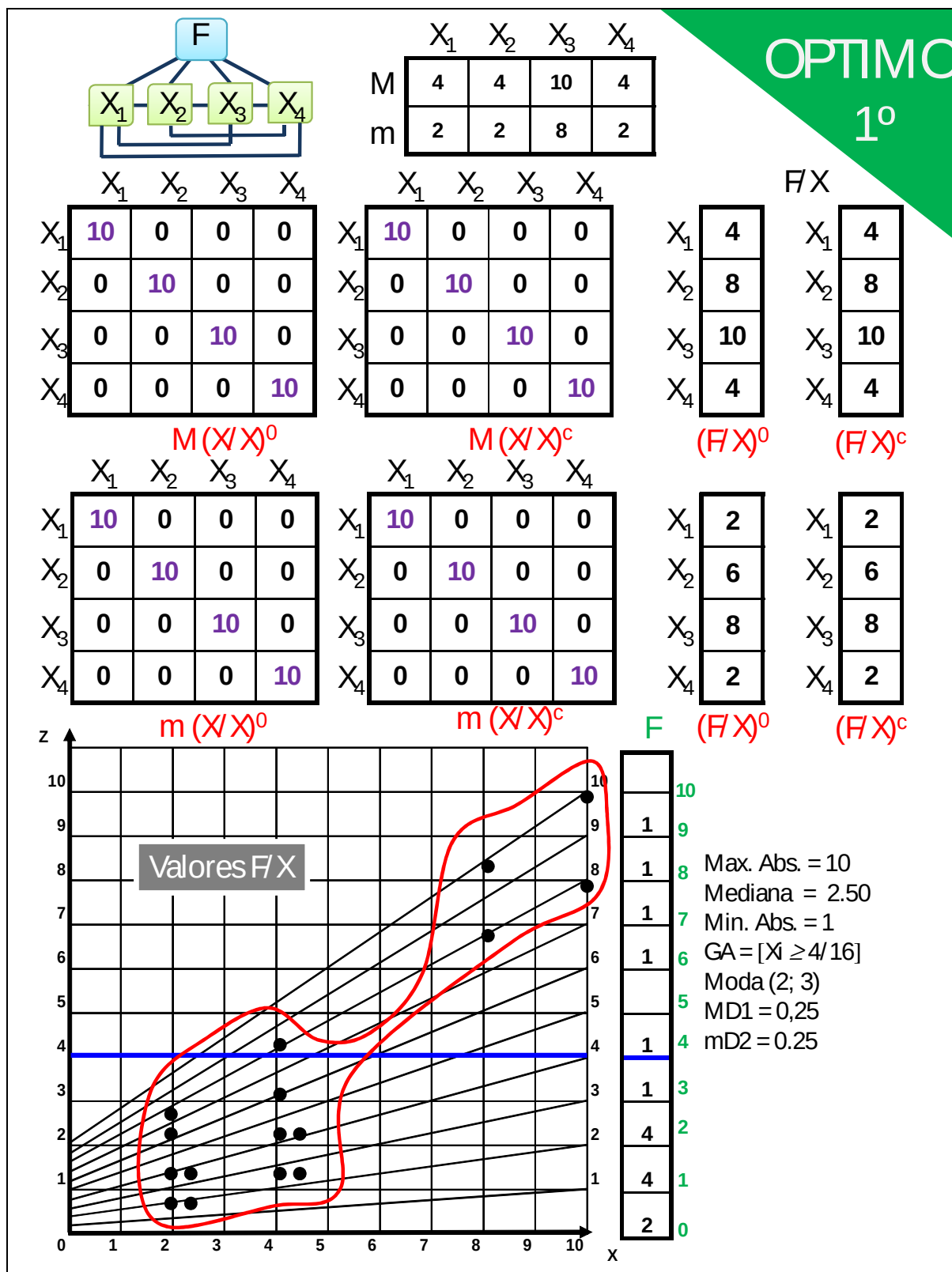


Figura 10

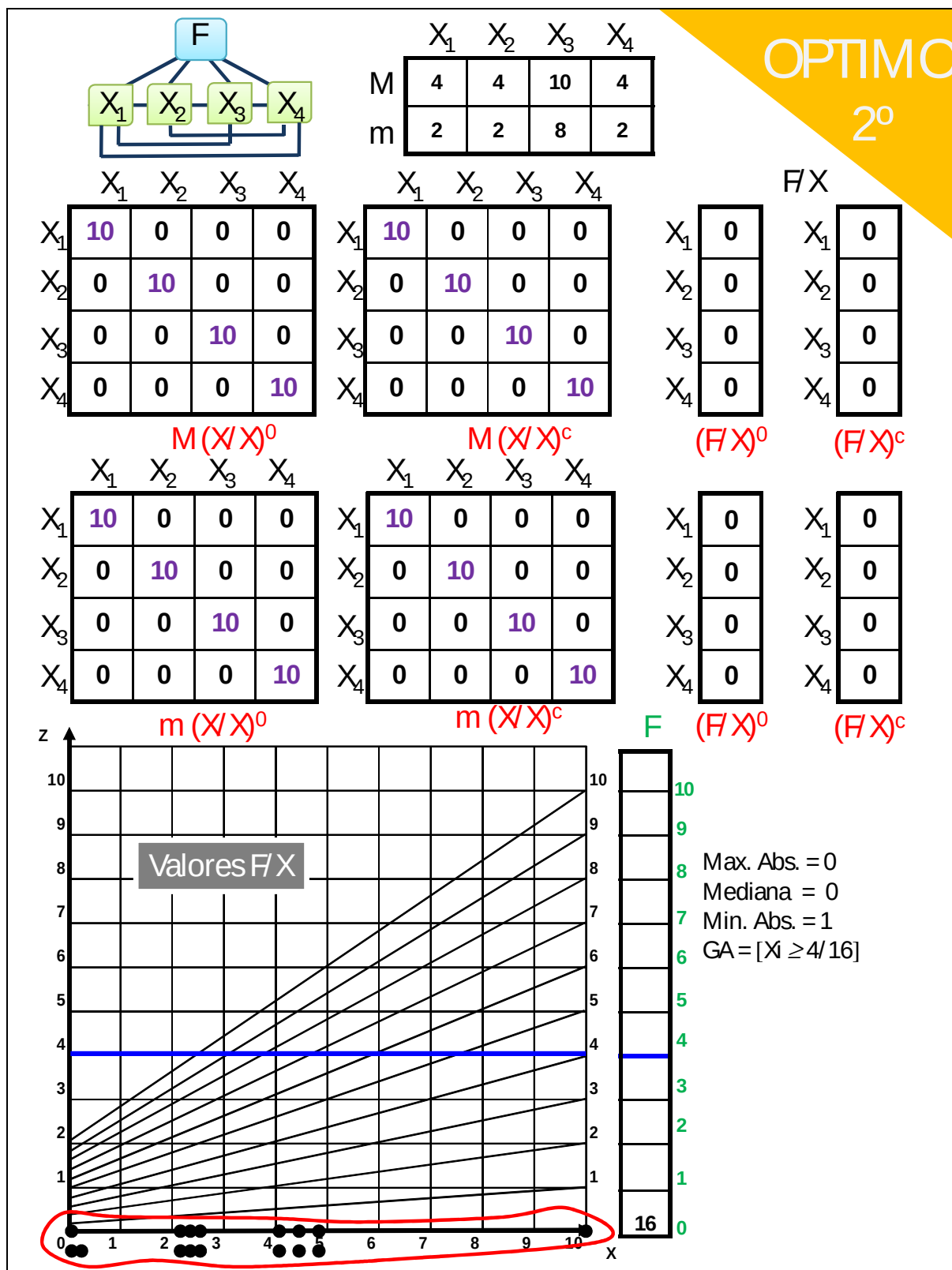


Figura 11